Ben-Alexander Bohnke (eMail: Ben-Alexander.Bohnke@t-online.de) **15.12.08**

WAS IST INTEGRALE LOGIK?

1) Definition
In meinem Modell ist *Integrale Logik* ein Ansatz, der
· einerseits die Logik *erweitert*, vor allem im Hinblick auf *Quantifizierung*,
· andererseits die Logik *vereinheitlicht*, verschiedene Logiken zu einem Ganzen *integriert*.

2) Objekt-Ebene
· Es gibt vor allem folgende Objektbereiche (bzw. Deutungen) der Logik: *ontische* (z. B. Sachverhalte), *sprachliche* (z. B. Sätze), *psychische* (z. B. Urteile).
· Aus Sicht der Integralen Logik sind diese Unterscheidungen für die primäre Logik nicht relevant, man kann *neutral* bzw. einheitlich von *Relationen* ausgehen. (Auch Sätze mit *1-stelligem* Prädikator entsprechen *tiefenstrukturell* Relationen.) Ich gebe daher entsprechend neutral an, ob eine Relation *belegt / gültig* ist (+) oder *nicht belegt / ungültig* (-), so auch in den „Wahrheitstafeln". Die *sprachlichen* Wahrheitswerte (wahr, falsch) verwende ich nur in Sonderfällen.

3) Objekte versus Relationen
· Es macht normalerweise Sinn, zwischen *Objekten* und *Relationen* zu unterscheiden. Nur Relationen sind *belegt* („wahr") oder *nicht belegt* („falsch"), für Objekte gibt man das nicht an.
· Man kann aber in einer allgemeineren Theorie auch für Objekte angeben, ob sie belegt sind oder nicht. Z. B. bedeutet *Sokrates ist belegt*: Das Objekt Sokrates existiert (oder der Name „Sokrates" besitzt eine Extension). Entsprechendes gilt für *nicht belegt*.

4) Relatoren
· Die vielleicht wichtigste logische Relation ist die *Kopula*; diese wird aber durch ganz unterschiedliche *Relatoren* dargestellt: aussagen-logisch den Implikator A ® B, prädikaten-logisch ohne Zeichen in Fx (x hat die Eigenschaft F), als Element-Relation durch x Î F, als Teilmengen-Relation durch F Ì G.
· Man kann diese verschiedenen Ansätze vereinheitlichen. Dabei bietet sich an:
entweder eine *funktionale, implikative* Darstellung A ® B, x ® F, F ® G
oder eine *mengen-theoretische* Darstellung A Ì B, x Ì F, F Ì G.
Funktional wird z. B. „Sokrates ist Philosoph" gedeutet als „Wenn Sokrates existiert, ist die Klasse der Philosophen nicht leer". (Auch *intensional* ist sowohl eine funktionale wie mengenrelationale Deutung möglich, da man *Eigenschaften* als Vereinigungs-*Mengen* von Teil-Eigenschaften o.ä. fassen kann.)

5) Synthetisch und analytisch
· Normalerweise wird nur unterschieden zwischen *synthetischen* Relationen (Aussagen) wie X ® Y und *analytischen* Relationen (Aussagen), *tautologischen* wie X Þ X oder *kontradiktorischen* wie X ÙØX.
M. E. ist diese Zweiteilung aber zu erweitern um *partiell analytische* (bzw. partiell synthetische) Relationen wie (X Ú Y) ¾® Y. So sind X ® Y und (X Ú Y) ¾® Y trotz gleichen Wahrheitsverlaufs + - - - unterschiedlich.
· Prinzipiell könnte man auch einen *quantitativen Begriff der Analyzität* einführen, aber das hat sich nicht bewährt.

6) Aussagen-Logik und Quantoren-Logik
· Nach Sicht der Integralen Logik ist der primäre Unterschied zwischen Aussagen-Logik und Quantoren-Logik (bzw. Prädikaten-Logik) *quantitativ*. Die Aussagen-Logik unterscheidet nur 2 Werte: Position (X = L), Negation (ØX = LØ). Die Quantoren-Logik unterscheidet dagegen normal 4 Werte: L, LØ, V und VØ.
· Das aussagen-logische F ® G entspricht quantoren-logisch Lx(Fx ® Gx) und entsprechend.

7) Quantitative Struktur verschiedener Logiken
· Gerade die quantoren-logische Unterscheidung zwischen „alle" und „einige" findet sich in anderen Logiken bzw. sprachlichen Gegensätzen.
alle: notwendig, geboten, müssen, immer, vollständig
einige: möglich, erlaubt, können, manchmal, partiell

· So lässt sich eine *Modal-Logik* vollständig auf die Quantoren-Logik zurückführen, womit wiederum eine Vereinfachung erreicht wird. Z. B. „Fx_i ist *notwendig*“ kann man üblicherweise zurückführen auf Lx(Fx), „Fx_i ist *möglich*“ auf Vx(Fx). Und, so wie gilt Lx(Fx) Þ Vx(Fx), gilt auch: „Fx_i ist *notwendig*“ Þ „Fx_i ist *möglich*“.

8) Empirische Wahrscheinlichkeit synthetischer Relationen

· Logische Relationen enthalten *implizit* eine quantitative (numerische) Bestimmung, nämlich der *empirischen* (oder *statistischen) Wahrscheinlichkeit* p.
So gilt für die 2-wertige Aussagen-Logik: die Position hat den Wert p = 1, die Negation besitzt den Wert p = 0. Also X ® Y steht für p(X ® Y) = 1, Ø(X ® Y) steht für p (X ® Y) = 0.
· Für die Quantoren-Logik gilt: L: p = 1, LØ: p = 0, V: p > 0, VØ: p < 1

9) Allgemeine quantitative (synthetische) Logik

· Andererseits kann man aber auch eine *allgemeine quantitative* Logik konzipieren, mittels der empirischen Wahrscheinlichkeit p. Dabei ist a die *absolute* Häufigkeit q(X Ù Y), b = q(X Ù ØY) usw.

Hier gilt für die Implikation p(X ® Y) = r/n. Dabei p(X ® Y) = $\frac{a+c+d}{a+b+c+d}$

p wird berechnet durch die Anzahl der *realen* Fälle (r), dividiert durch *alle* Fälle (n) in allen möglichen Welten. Wenn p = 1 oder p = 0 ist die Relation *deterministisch*, wenn 0 < p < 1 ist sie *statistisch*.
· So gesehen ist die Aussagen-Logik ein *Grenzfall* der Quantoren-Logik, die Quantoren-Logik wiederum ein *Grenzfall* der allgemeinen Logik.

10) Theoretische Wahrscheinlichkeit

· Die theoretische Wahrscheinlichkeit p^T gibt an, wie wahrscheinlich eine Relation nach den Regeln der *Kombinatorik*, d. h. unter *zufälligen* Verhältnissen ist; der *Umkehrwert* der theoretischen Wahrscheinlichkeit $1 - p^T$ ist der *Informationsgehalt* einer Relation.
· Die theoretische Wahrscheinlichkeit gibt aber zugleich den *Tautologie-Grad* an, d. h. den Grad der *theoretischen Wahrheit*, bei *Schlüssen* den *Grad der Folgerichtigkeit*.

11) Theoretische Wahrscheinlichkeit synthetischer Relationen

· Für synthetische Relationen gilt: $0 < p^T < 1$. So ist z. B. p^T[X ® Y] = 3/4. Man kann aber auch für *quantitative* synthetische Relationen p^T berechen. Z. B.:

p^T[p(X ® Y) = r/n] = $\binom{n}{r}(3/4)^r(1/4)^{n-r}$

· Es wird also auch *synthetischen* Relationen ein *Tautologie-Grad* zugesprochen.

12) Theoretische Wahrscheinlichkeit analytischer Relationen

· Für analytische Relationen gilt: tautologisch: $p^T = 1$, kontradiktorisch: $p^T = 0$, z. B. p^T[**X Þ X**] = 1.
· Für semi-analytische Relationen gilt: $0 < p^T < 1$. Z. B. p^T[X Ú Y ¾® Y] = 3/4.
Man kann aber auch für *quantitative* (semi)analytische Relationen p^T berechen. Dabei spricht man eher von *deduktiv-deterministischen* versus *induktiv-statistischen* Relationen bzw. Schlüssen. Berechnung in 2 Schritten: (Hier verwende ich die von mir eingeführte *Positiv-Implikation*, *® statt des normalen ® .)
1): p(X Ú Y) = r/n *¾® p(Y) £ r/n. Wenn p(X Ú Y) > 0, gibt es verschiedene Lösungen für p(Y).
Um p^T für eine dieser Lösungen p(Y) = s/n zu berechnen, geht man wie folgt vor.

2): p(X Ú Y) = r/n *¾® p(Y) = s/n $\quad p^T = \binom{r}{r-s}(1/3)^s(2/3)^{r-s}$

LITERATUR
Ben-Alexander Bohnke: INTEGRALE LOGIK – Ein neues Modell philosophischer und mathematischer Logik. Bad Neuenahr-Ahrweiler, 2. verb. Aufl. 2008, ISBN 978-3-00-023632-7 (809 S.)
Ben-Alexander Bohnke: NEUE LOGIK – Einführung in die Integrale Logik. Bad Neuenahr-Ahrweiler 2008, ISBN 978-3-00-024415-5 (445 S.)