Ben - Alexander Bohnke Köln, Juni 1978

LOGISCHE ANALYSE DES (ERSTEN TEILS DES) BEWEISES DER THESE DER ERSTEN ANTINOMIE IN KANTS "KRITIK DER REINEN VERNUNFT"

(zweiter, verbesserter Entwurf)

I) Beweistheoretische Vorklärungen

1) Unter dem Beweis eines Satzes versteht man die logische Ableitung dieses Satzes aus anderen Sätzen, die als wahr gelten oder (konventionale) Festsetzungen sind (vgl. unten). Den zu beweisenden Satz kann man "These" nennen, die Sätze, aus denen er abgeleitet wird, "Prämissen".

2) Ein (deduktiver) Beweis hat dann ganz allgemein folgende logische Struktur:

$$\begin{array}{l} \text{Prämisse}_1 \,\&\, \ldots \,\&\, \text{Prämisse}_n \rightarrow \text{These} \\ \text{Prämisse}_1 \,\&\, \ldots \,\&\, \text{Prämisse}_n \\ \hline \text{These} \end{array}$$

(Anstatt "$\rightarrow$" können auch "$\leftrightarrow$", "$\Rightarrow$" und "$\Leftrightarrow$" oder "$\overset{pd}{\rightarrow}$" und "$\overset{pd}{\leftrightarrow}$" stehen, vgl. unten.)

3) Ein spezieller Beweistyp ist der indirekte Beweis: Hier wird zur These der kontradiktorisch entgegengesetzte Satz (Antithese) gebildet und dessen Negation dann aus (wahren) Prämissen logisch abgeleitet, woraus -gemäß dem "Satz vom ausgeschlossenen Dritten"- die These logisch folgt; im Schema ergibt sich:

$$\begin{array}{l} \text{These} \leftrightarrow - \text{Antithese} \\ \text{Prämisse}_1 \,\&\, \ldots \,\&\, \text{Prämisse}_n \rightarrow - \text{Antithese} \\ \text{Prämisse}_1 \,\&\, \ldots \,\&\, \text{Prämisse}_n \\ \hline \text{These} \end{array}$$

4) Die Gültigkeit eines Beweises hängt also immer von zwei Faktoren ab, nämlich:

a) ob der Beweis folgerichtig ist (d.h. die These logisch aus den Prämissen folgt)

b) ob die Prämissen, aus denen die These abgeleitet wird, wahr sind.

5) Es seien nun verschiedene Arten von Sätzen unterschieden, die als These (bzw. Antithese) oder Prämissen auftreten können:

A) empirische

a) nicht definitorische (akzidentelle)

b) realdefinitorische (essentielle)

B) logische

C) (konventional) festgesetzte

(z.B. nominaldefinitorische)

D) analytische

Aa) Hierunter fallen beliebige akzidentelle (vgl. unten) empirische Sätze, auch Allsätze, z.B.: "Ax(Mensch x $\rightarrow$ Milchstraßenbewohner x)"

Ab) Realdefinitorische Sätze sind entweder Realdefinitionen oder logisch aus Realdefinitionen abgeleitete Sätze.
Unter einer Realdefinition versteht man eine Aussage über die vollständigen Wesenseigenschaften (essentiellen oder notwendigen im Gegensatz zu akzidentellen, zufälligen Eigenschaften) einer Klasse von Gegenständen (extensional interpretiert) bzw. über die vollständigen Wesensmerkmale eines Begriffs (intensional interpretiert).
Ein klassisches Beispiel ist:

"Ax(Mensch x $\overset{rd}{\leftrightarrow}$ Sinnenwesen x & vernunftbegabt x)", wobei "rd" für "Realdefinition" steht; ein aus dieser Realdefinition logisch ableitbarer Satz ist z.B.:

"Ax(Mensch x $\overset{pd}{\rightarrow}$ Sinnenwesen x)", wobei "pd" für "per definitionem" steht.
Auf Grund der Schwierigkeit, "wesentlich" bzw. "notwendig" (in der hier gemeinten Bedeutung) adäquat zu bestimmen, betrachtet man realdefinitorische Sätze in der modernen Wissenschaftstheorie skeptisch; jedenfalls sind Realdefinitionen und aus ihnen logisch abgeleitete Sätze nach wissenschaftstheoretischer Auffassung empirische (und nicht etwa logische) Sätze, die wahr oder falsch sein können.

B) Logische Sätze sind -wenn sie wahr sind- tautologische Sätze, und zwar entweder selbst logische Gesetze oder rein logisch aus solchen ableitbar, z.B.: "Ax(Mensch x $\Rightarrow$ Mensch x)"

C) Festsetzungen sind keine Aussagesätze, sie sind weder wahr noch falsch, sondern nur mehr oder weniger zweckmäßig, z.B. die Nominaldefinition:
"Der Ausdruck 'Rappe' sei (hiermit) nominaldefiniert durch den Ausdruck 'schwarzes Pferd'", formal:

"'Rappe' $\overset{nd}{\leftrightarrow}$ 'schwarzes Pferd'" ("nd" für "Nominaldefinition")
Zwar kann man einen empirischen Satz über die Nominaldefinierung aufstellen ("'Rappe' ist nominaldefiniert worden als 'schwarzes Pferd'"), und häufig wird eine Nominaldefinition auch indirekt als tautologisch interpretiert (da sie janicht falsifiziert werden kann), streng genommen sind Nominaldefinitionen aber Festsetzungen. Das gleiche gilt für aus Nominaldefinitionen logisch abgeleitete Ausdrücke, z.B.

"'Rappe' $\xrightarrow{pd}$ 'Pferd'".

D) Analytische Sätze (im KANTISCHEN Sinne) kann man auffassen als Definitionen oder aus Definitionen logisch abgeleitete Sätze. Für KANT sind analytische Sätze den logischen Sätzen gleichzusetzen, d.h. sie sind tautologisch (wenn sie wahr sind) oder kontradiktorisch (wenn sie falsch sind).
Diese Auffassung soll kritisiert werden. Zwar sind -betrachtet man nur die aus Definitionen logisch ableitbaren Sätze- analytische Sätze in Relation zu den Definitionen logisch notwendig, absolut betrachtet sind es aber empirische Sätze oder Festsetzungen, je nachdem, ob sie aus Real- oder Nominaldefinitionen abgeleitet sind.
Diese Kritik der KANTISCHEN Bestimmung analytischer Sätze wird später bei der Kritik des KANTISCHEN Beweises eine entscheidende Rolle spielen.

6) Kehren wir nach dieser Unterscheidung verschiedener Arten von Sätzen nochmals zum indirekten Beweis zurück (den KANT -wie noch zu zeigen sein wird- in seinem Text verwendet); hier können jetzt folgende Möglichkeiten unterschieden werden:

a) die These ist ein empirischer wahrer Satz, dann ist die Antithese ein empirischer falscher Satz

b) die These ist ein logischer wahrer (= tautologischer) Satz, dann ist die Antithese ein logischer falscher (= kontradiktorischer) Satz

c) die These ist ein positiv gesetzter Satz, dann ist die Antithese ein negativ gesetzter Satz.

Ist die These ein analytischer Satz, so ist sie im KANTISCHEN Verständnis tautologisch, die Antithese müßte also kontradiktorisch sein; nach der hier vertretenen Auffassung gilt dagegen in diesem Fall entweder Möglichkeit a) oder c).
Je nachdem, was für ein Satz die These (bzw. Antithese) ist, müssen auch die Prämissen entsprechende Sätze sein, da sich nur dann die These bzw. die Negation der Antithese aus den Prämissen logisch ableiten läßt: Ist also die These (Antithese) empirisch, so müssen auch die Prämissen (jedenfalls einige) empirisch sein, ist sie logisch, so müssen die Prämissen logisch sein usw. Allerdings ist eine tautologische Aussage gar nicht beweisbedürftig (wenn man einmal von dem allgemeineren Problem einer Begründung der Logik überhaupt absieht), sondern hier kann es nur darum gehen, die (für uns) nicht direkt erkennbare tautologische Struktur explizit zu machen.

7) Nach diesen beweistheoretischen Vorklärungen soll nun zunächst der KANTISCHE Text (semi)formalisiert werden, da nur so dann das Problem der Folgerichtigkeit und das Problem der Gültigkeit der Prämissen des KANTISCHEN Beweises präzise behandelt werden kann.

II) (Semi-)Formalisierung des KANTISCHEN Beweises

1) Vorbemerkungen

Der KANTISCHE Beweis läßt sich nicht rein aussagenlogisch analysieren, da es bei ihm auch auf die innere Struktur der der Sätze und nicht nur die Beziehungen zwischen Sätzen als Ganzen ankommt; man muß daher eine prädikatenlogische Analyse vornehmen.
Zwar wird auch eine prädikatenlogische Analyse dem Beweis nicht völlig gerecht, da dieser quantitative Ausdrücke wie "Unendlichkeit" enthält, die nur in einer numerischen Sprache exakt zu erfassen sind; die prädikatenlogische Analyse genügt aber, um die logische Struktur des Beweises darzustellen.
Die Analyse soll nicht streng formal sein und kann auf gewisse Verkürzungen und Interpretationen des KANTISCHEN Textes nicht verzichten.

2) Analyse

A) These

Die These bei KANT lautet: "Die Welt hat einen Anfang in der Zeit". Für die prädikatenlogische Analyse dieses Satzes stellen sich bereits verschiedene Probleme: So ist einmal zu fragen, ob "Welt" ein Eigenname oder ein Prädikator sein soll, wovon dann abhängt, ob der Satz eine atomare oder molekulare Struktur besitzt; und wenn man "Welt" als Prädikator auffasst, stellt sich die Frage, ob man den Satz mit dem Allquantor oder dem Existenzquantor zu formalisieren hat. Weiter ist der logische Status der These nicht eindeutig: logisch ist sie nicht und akzidentell wohl auch nicht; man müßte sie wahrscheinlich als einen aus einer Real- oder Nominaldefinition abgeleiteten Satz auffassen.
Da die These aber -wie sich zeigen wird- für die Problematik des Beweises nicht von Bedeutung ist, soll sie einfach (aussagenlogisch) als "A" geschrieben werden.

B) Antithese

Sie lautet bei KANT: "Die Welt hat keinen Anfang". Diese Verneinung ist nicht völlig unproblematisch; sie soll aber hier nicht weiter diskutiert werden, sondern es soll davon ausgegangen werden, daß die Antithese der These kontradiktorisch entgegengesetzt ist und somit "-A" zu notieren ist.

C) Folge aus der Antithese

Sie ist bei KANT formuliert (hier nur umgestellt):

"Bis zu jedem gegebenen Zeitpunkte ist eine Ewigkeit abgelaufen und mithin eine unendliche Reihe aufeinanderfolgender Zustände der Dinge in der Welt verflossen".

Ich möchte diesen Satz folgendermaßen (halb)formalisieren:

"Vx(Reihe x & unendlich x & verflossen x)"

Die so formalisierte Folge ist logisch schwächer als die KANTISCHE, d.h. sie ist jener nicht logisch äquivalent, sondern folgt logisch aus ihr; denn KANT spricht ja nicht allgemein von einer Reihe, sondern zum einen von einer Reihe von Zeitpunkten (Zeitreihe), zum anderen von einer Reihe von Weltzuständen (Weltreihe); außerdem besagt seine Formulierung nicht nur, daß es mindestens eine (unendliche und verflossene)Reihe geben muß, sondern je eine "bis zu jedem gegebenen Zeitpunkte". Eine äquivalente Formalisierung wäre aber sehr viel komplizierter und ist für die Analyse der logische Struktur des Beweises nicht erforderlich.

In welcher Weise folgt nun der genannte Satz aus der Antithese ? Weder kann es sich hier um eine logische Folge handeln (Antithese $\Longrightarrow$ Folge), noch um eine (materiale) Implikation (Antithese $\rightarrow$ Folge), die ein akzidentelles Verhältnis ausdrückt; am wahrscheinlichsten ist vielmehr, daß ein aus einer Definition abgeleitetes Folgeverhältnis vorliegt, also Antithese $\xrightarrow{pd}$ Folge.

D) Prämisse

KANT nennt nur eine Prämisse, und zwar: "Nun besteht aber eben darin die Unendlichkeit einer Reihe, daß sie durch sukzessive Synthesis niemals vollendet sein kann".

Diese Prämisse soll (halb)formalisiert werden:

"Ax(Reihe x & unendlich x $\xrightarrow{pd}$ -verflossen x)"

Allem Anschein nach ist die KANTISCHE Prämisse als definitorisch gemeint, real- o. nominaldefinitorisch; sie ist oben als ein aus einer Definition abgeleiteter Satz formalisiert worden, könnte aber auch selbst Definition sein.

Anstatt "vollendet" in der KANTISCHEN Aussage habe ich "verflossen" eingesetzt, da KANT diese beiden Ausdrücke offensichtlich gleichbedeutend verwendet und nur so der Beweis folgerichtig wird; allerdings soll diese Gleichsetzung noch kritisiert werden.

Den Zusatz "durch sukzessive Synthesis" habe ich weggelassen, (wie es auch KANT selbst etwa in der Folge aus der Prämisse tut); er dürfte für die logische Struktur des Beweises nicht relevant sein und würde komplizierte Analysen des Unendlichkeitsbegriffs (aktual vs. potentiell, abzählbar vs. überabzählbar usw.) erforderlich machen.

E) Folge aus der Prämisse

Sie ist bei KANT formuliert (nur umgestellt):

"Eine unendliche verflossene Weltreihe ist unmöglich".

Das sei (halb)formalisiert:

"-Vx(Reihe x & unendlich x & verflossen x)"

Auch hier ist also wieder "Weltreihe" bei KANT durch "Reihe" ersetzt worden. In diesem Fall entsteht dabei aber eine logisch stärkere Aussage, und eine solche darf man ja nicht (wie eine logisch schwächere Aussage) in einer Folgebeziehung ohne weiteres für die Folge einsetzen; bei dem hier vorliegenden Fall dürfte aber diese Ersetzung völlig unproblematisch sein.

Die Beziehung zwischen der Prämisse "Ax(Reihe x & unendlich x $\xrightarrow{pd}$ - verflossen x)" und der "Folge" "-Vx(Reihe x & unendlich x & verflossen x)" ist die der logischen Äquivalenz, wie sich leicht zeigen läßt; ein Problem dabei ist nur, daß der Allsatz definitorisch geschrieben ist, wogegen man einen negierten Existenzsatz schwerlich als definitor. auffassen kann, dieses Problem braucht aber hier nicht verfolgt zu werden.

Noch eine Anmerkung zu dem "unmöglich" in der KANTISCHEN Formulierung, (wogegen hier einfach "-V" gesetzt wurde). Dies erklärt sich am leichtesten so, daß KANT den betreffenden Satz als Schlußfolgerung formuliert, "unmöglich" also als relativ zu verstehen ist, und in der Tat ist ja ein Satz"Vx(Fx & Gx & Hx)" logisch unmöglich in Relation zu einem Satz "Ax(Fx & Gx $\rightarrow$ -Hx)".

III) Das Problem der Folgerichtigkeit des KANTISCHEN Beweises

1) Wie schon angeführt, hat der KANTISCHE Beweis die Struktur eines indirekten Beweises, wie sie in I/3 (S. 1) allgemein angegeben wurde; im speziellen hat der Beweis folgende logische Struktur:

1. These $\Leftrightarrow$ - Antithese
2. Antithese (angenommen)
3. Antithese $\rightarrow$ B
4. Prämisse_1 & ... & Prämisse_n $\rightarrow$ -B
5. Prämisse_1 & ... & Prämisse_n
6. B (nach modus ponendo ponens 2,3)
7. -B (nach modus ponendo ponens 4,5)
8. B & -B (Konjunktion 6,7)

Wie man sieht, ist Widerspruch aus den Sätzen 2. bis 5. ableitbar, wenigstens einer dieser Sätze muß folglich falsch sein; da hier davon ausgegangen wird, daß die Sätze 3., 4. und 5. wahr sind, muß die Antithese, die als Annahme eingeführt wurde, falsch sein und deshalb weggelassen werden. Man erhält dann den korrekten Schluß:

1. These $\Leftrightarrow$ - Antithese
2. Antithese $\rightarrow$ B
3. Prämisse_1 & ... & Prämisse_n $\rightarrow$ -B
4. Prämisse_1 & ... & Prämisse_n
5. -B(nach modus ponendo ponens 3,4)
6. - Antithese (nach modus tollendo tollens 2,5)
7. These (nach modus ponendo ponens 1,6)

2) Setzt man nun in dieses Schema die (semi)formalisierten Sätze des KANTISCHEN Textes ein, so erhält man:

1. These (A) $\Leftrightarrow$ - Antithese (-(-A))
2. -A (angenommen)
3. -A $\xrightarrow{pd}$ Vx(Reihe x & unendlich x & verflossen x)
4. Ax(Reihe x & unendlich x $\xrightarrow{pd}$ - verflossen x) $\Leftrightarrow$ -Vx(Reihe x & unendlich x & verflossen x)
5. Ax(Reihe x & unendlich x $\xrightarrow{pd}$ - verflossen x)
6. Vx(Reihe x & unendlich x & verflossen x) (nach modus ponendo ponens 2,3)
7. -Vx(Reihe x & unendlich x & verflossen x) (nach modus ponendo ponens 4,5)
8. Vx(Reihe x & unendlich x & verflossen x) & -Vx(Reihe x & unendlich x & verflossen x) (Konjunktion 6,7)

Läßt man nun die angenommene Antithese wieder weg (vgl. oben), so erhält man den korrekten Schluß:

1. These (A) $\Leftrightarrow$ -Antithese (-(-A))
2. -A $\xrightarrow{pd}$ Vx(Reihe x & unendlich x & verflossen x)
3. Ax(Reihe x & unenlich x $\xrightarrow{pd}$ - verflossen x) $\Leftrightarrow$ -Vx(Reihe x & unendlich x & verflossen x)
4. Ax(Reihe x & unendlich x $\xrightarrow{pd}$ - verflossen x)
5. -Vx(Reihe x & unendlich x & verflossen x) (nach modus ponendo ponens 3,4)
6. - Antithese (-(-A)) (nach modus tollendo tollens 2,5)
7. These (A) (nach modus ponendo ponens 1,6)

3) Wie man sieht, ist der KANTISCHE Beweis -wenn man ihn "gutwillig" interpretiert- folgerichtig; mit "gutwillig" ist vor allem gemeint, daß man gewisse unproblematische (implizite) Annahmen KANTS wie z.B. "Ax(Weltreihe x $\rightarrow$ Reihe x)" (die streng genommen in den Beweis hineingehörten) stillschweigend ergänzt.
Eine dieser Annahmen ist aber nicht so unproblematisch, nämlich daß die Ausdrücke "verflossen", "abgelaufen" und "vollendet" völlig gleichbedeutend seien. KANT verwendet in der Prämisse des Beweises "vollendet", in den anderen Sätzen stattdessen aber "verflossen" (2 mal) und "abgelaufen" (1 mal), und nur, wenn man diese drei Ausdrücke gleichsetzt, ist der Beweis folgerichtig.
Muß aber wirklich jede verflossene oder abgelaufene Reihe auch vollendet sein? Man kann zwar einen beliebigen Zeitpunkt herausgreifen und -einen Anfang der Welt negierend- postulieren, daß bis zu diesem Zeitpunkt eine unendliche Reihe von Weltzuständen verflossen ist; ist diese Reihe deswegen aber auch vollendet, hat man nicht nur künstlich einen Zeitpunkt herausgegriffen, der gar kein Ende der Reihe markiert.
Da diese Unterscheidung zwischen den drei Ausdrücken aber durchaus bestritten werden kann, ist dieses Argument nicht sehr stark, ganz abgesehen von der generellen Möglichkeit, die Synonymie von "verflossen", "abgelaufen" und "vollendet" einfach nominaldefinitorisch festzulegen (vgl. auch unten).
Das genannte Argument kann allerdings modifiziert werden: Man bestreitet dann nicht die Synonymie von "vollendet", "verflossen" und "abgelaufen", sondern interpretiert alle drei Ausdrücke im Sinne von "vollendet". Dann argumentiert man parallel wie oben, nämlich daß eine Reihe zu einem beliebig herausgegriffenen Zeitpunkt nicht vollendet ist; in diesem Fall würde also bestritten, daß der Satz "bis zu jedem gegebenen Zeitpunkte ist eine Ewigkeit abgelaufen und mithin eine unendliche Reihe aufeinanderfolgender Zustände der Welt verflossen" per. def. aus der Antithese folgt, was den Beweis ebenfalls seine Folgerichtigkeit kosten würde.
Aber auch gegen diese Argumentation wäre natürlich eine nominaldefinitorische Immunisierung möglich.

IV) <u>Das Problem der Gültigkeit der Prämissen des KANTISCHEN Beweises</u>

1) Ich habe im vorigen Punkt versucht zu zeigen, daß man den KANTISCHEN Beweis (bei "gutwilliger" Interpretation) als folgerichtig akzeptieren kann. Nun hängt aber die Gültigkeit eines Beweises eben nicht nur von seiner Folgerichtigkeit ab, sondern auch von der Wahrheit seiner Prämissen (vgl. I/4, S.1); in diesem Punkt soll deshalb jetzt die Gültigkeit der Prämissen des KANTISCHEN Beweises geprüft werden.

2) Wie ja bereits dargelegt wurde, enthält der KANTISCHE Beweis nur eine Prämisse, nämlich: "Nun besteht aber eben darin die Unendlichkeit einer Reihe, daß sie durch sukzessive Synthesis niemals vollendet sein kann"; dies war (semi)formalisiert worden:
"Ax(Reihe x & unendlich x $\overset{pd}{\rightarrow}$ - verflossen x)"
Für KANT ist die Unendlichkeit einer Reihe also genau dadurch bestimmt, daß sie nicht verflossen bzw. nicht vollendet ist.
Man kann aber KANTS Prämisse die folgende entgegenstellen:
"Ax(Reihe x & unendlich x $\overset{pd}{\rightarrow}$ - angefangen x v - vollendet x)"
Hiernach ist eine Reihe nur dann unendlich, wenn sie keinen Anfang <u>oder</u> (inklusiv) kein Ende hat; eine unendliche und dennoch vollendete Reihe ist dann durchaus möglich, nämlich dann, wenn sie keinen Anfang (aber ein Ende) hat.
Der Unterschied zwischen diesen beiden Unendlichkeitsbegriffen sei noch einmal schematisch verdeutlicht:

Reihe hat Anfang	Reihe hat Ende	Reihe ist unendlich (KANTS Prämisse)	Reihe ist unendlich (alternative Prämisse)
+	+	-	-
+	-	+	+
-	+	-	+
-	-	+	+

3) Verwendet man die alternative Prämisse, so verliert der KANTISCHE Beweis seine Folgerichtigkeit, denn in diesem Fall entsteht ja kein Widerspruch der Art, daß (nimmt man eine anfangslose Welt an) eine unendliche Weltreihe (bis zu jedem beliebigen Zeitpunkt) vollendet sein muß und andererseits keine unendliche Reihe vollendet sein kann, da eben eine Reihe bereits dann als unendlich gilt, wenn sie keinen Anfang besitzt (auch wenn sie einen Endpunkt hat).

In diesem Zusammenhang soll auch nochmals auf die Kritik in III/3 (S.8) hingewiesen werden. Wenn man wie KANT einerseits davon ausgeht, daß die Möglichkeit, gedanklich einen Endpunkt anzusetzen, genügt, um eine Reihe faktisch als vollendet zu betrachten und andererseits eine vollendete Reihe nie unendlich sein kann, dann könnte es überhaupt keine unendliche Reihe geben.

4) Wie läßt sich nun entscheiden, welche der beiden genannten Prämissen gültig ist ?

In Übereinstimmung mit KANT wurden die Prämissen als definitorisch bestimmt. Ein definitorischer Satz ist aber für KANT ein analytischer und somit apriorischer Satz (vgl. I/5/D, S.3), der also -insofern er wahr ist- tautologische Geltung besitzt; ist aber die Prämisse tautologisch, so muß auch die aus ihr logisch ableitbare These tautologisch sein (vgl. I/6, S.3) und demzufolge die Antithese kontradiktorisch.

(Die genaue Bestimmung des logisch-semantischen Status der These (und Antithese) des KANTISCHEN Beweises bereitet allerdings erhebliche Probleme und könnte wohl auch anders als oben erfolgen. KANT selbst geht es ja -in der Auflösung der Antinomie- letztlich um den Aufweis, daß diese Sätze, indem sie etwas über ein "Ding an sich" (die Gesamt-Welt) auszusagen versuchen, quasi inhaltsleer sind; von daher passen sie auch nicht in sein eigenes Unterscheidungsschema von synthetischen vs. analytischen und aposteriorischen vs. apriorischen Sätzen. Wahrscheinlich könnte aber auch bei modifizierter logisch-semantischer Interpretation die hier gebrachte Argumentation aufrechterhalten werden.)

Und dieses Resultat soll sich ja auch ergeben, denn KANT will ja zeigen, daß sich die Vernunft (a priori) in Widersprüche verwickeln kann; die These muß sich a priori (durch Ableitung aus einer apriorischen Prämisse) beweisen lassen und ebenso die Antithese.

Hier soll nun die Kritik einsetzen. Ein definitorischer Satz ist nämlich kein tautologischer Satz, sondern entweder ein empirischer Satz oder eine Festsetzung (vgl. I/5, S.2-3); beide Möglichkeiten seien kurz für die KANTISCHE Prämisse diskutiert.

a) Geht man davon aus, daß die KANTISCHE Prämisse

"Ax(Reihe x & unendlich x $\xrightarrow{pd}$ - vollendet x)"

und die alternative Prämisse

"Ax(Reihe x & unendlich x $\xrightarrow{pd}$ - vollendet x v - angefangen x)"

nominaldefinitorische Festsetzungen sind, dann stellt sich gar nicht die Frage, welche der beiden Prämissen wahr oder falsch ist, sondern welche Prämisse zweckmäßiger ist (vgl. I/5/C, S.2). Für die KANTISCHE Prämisse spricht, daß es vom Wort her naheliegend ist, "unendlich" nominal als "nicht vollendet" (im Sinne von "kein Ende besitzend") zu definieren; dagegen und für die alternative Prämisse spricht aber (und das ist doch das gewichtigere Argument), daß es wohl nicht dem allgemeinen Sprachgebrauch entspricht, "unendlich" in dieser Weise zu verwenden, sondern "unendlich" nennt man auch eine Reihe, die zwar ein Ende, aber keinen Anfang hat.
Und wenn man doch die KANTISCHE Prämisse akzeptiert, so bleibt zu bedenken, daß der Beweis eben doch nur relativ zu einer nominaldefinitorischen Festsetzung gültig ist.
b) Die zweite Möglichkeit ist, daß man die KANTISCHE Prämisse als einen empirischen (essentiellen) Satz interpretiert, also als einen realdefinitorischen Satz. (Auf die Problematik einer genauen Abgrenzung von Nominal- und Realdefinitionen kann hier natürlich nicht eingegangen werden.)
In diesem Fall scheint mir die KANTISCHE Prämisse als (empirisch) falscher Satz anzusehen zu sein, denn das "Wesen" der Unendlichkeit (einer Reihe) besteht doch wohl nicht darin, daß unbedingt kein Ende vorhanden ist, sondern daß die Reihe in mindestens einer Richtung unbegrenzt ist, genau wie dies die alternative Prämisse aussagt.
Nun schließen sich die beiden Prämissen zwar nicht aus, vielmehr gilt sogar: KANTISCHE Prämisse $\Longrightarrow$ alternative Prämisse; es folgt somit aber (und dies ist ja hier entscheidend) aus der Wahrheit der alternativen Prämisse nicht die Wahrheit der KANTISCHEN Prämisse.

(Es sei nicht verschwiegen, daß man auch den Unendlichkeitsbegriff der alternativen Prämisse kritisieren kann, da auch er sich nicht auf geschlossene, dennoch unendliche Mengen oder Folgen -wie man heute anstatt "Reihe" sagt- anwenden läßt, z.B. auf die (überabzählbar) unendliche Menge der reellen Zahlen zwischen o und 1. Es war ja aber hier nur entscheidend zu zeigen, daß die KANTISCHE Prämisse falsch ist, unabhängig davon, welche andere wahr ist.)

5) Abschließend bleibt festzuhalten: Auch wenn man dem KANTISCHEN Beweis Folgerichtigkeit zubilligt, so wird man ihn doch insgesamt nicht als gültig akzeptieren können, da seine Prämisse kaum zu rechtfertigen ist.