Ben-Alexander Bohnke 2008 (modifiziert aus „Integrale Logik“)

EXTENSION UND INTENSION VON SÄTZEN

Ich gebe vorab eine detaillierte *Inhalts-Übersicht* des Artikels.

1. Extensionale und intensionale Definition
1.1 Zwei Theorien
1.2 Extensionale Relation
1.3 Gemischte Relation
1.4 Intensionale Relation
1.4.1 Teil-Relation
1.4.2 Implikation
1.4.3 Eigenschafts-Relation
1.4.4 Teilmengen-Relation
1.5 Folgerung

2. Extension eines Satzes
2.1 Sachverhalt
2.2 Synthetische Sätze
2.2.1 Atom-Sätze
2.2.1.1 Individual-Sätze
2.2.1.2 Klassen-Sätze
2.2.2 Molekül-Sätze
2.2.2.1 Individual-Sätze
2.2.2.2 Klassen-Sätze
2.3 Analytische Sätze
2.4 Theorie: Extension eines Satzes = sein Wahrheitswert

3. Intension eines Satzes
3.1 Begriffsverhalt
3.2 Analytische Sätze
3.2.1 Atom-Sätze
3.2.1.1 Individual-Sätze
3.2.1.2 Klassen-Sätze
3.2.2 Molekül-Sätze
3.2.2.1 Individual-Sätze
3.2.2.2 Klassen-Sätze
3.3 Synthetische Sätze
3.4 Theorie: Intension eines Satzes = Wahrheitswert in allen Welten

4. Intension versus Extension eines Satzes
4.1 Gleichheit
4.2 Teilmenge
4.3 Überschneidung
4.4 Ausschluss

1. Extensionale und intensionale Definition

Die Extension und Intension von *Zeichen* (Wörtern) kann man vereinfachend folgendermaßen bestimmen (Genaueres in „Integrale Logik“ bzw. „Neue Logik“):

- Extension von Zeichen: Objekte (Individuen, Klassen)
- Intension von Zeichen: (wesentliche) Eigenschaften / Begriffe

Hier geht es vor allem um die Extension und Intension von *Sätzen*.
Allgemein habe ich schon bestimmt:

- die Extension eines Satzes ist ein *Sachverhalt* (Relation zwischen Objekten)
  genauer:
  die Extension eines *Atom*-Satzes ist ein *Sachverhalt*
  die Extension eines *Molekül*-Satzes ist eine Relation zwischen *Sachverhalten*
- die Intension eines Satzes ist ein *„Begriffsverhalt“* (Relation zwischen Begriffen)
  genauer:
  die Intension eines *Atom*-Satzes ist ein *Begriffsverhalt*
  die Intension eines *Molekül*-Satzes ist eine Relation zwischen *Begriffsverhalten*

Allgemeiner kann man festlegen: Sätze bezeichnen *Relationen zwischen Entitäten*.

1.1 ZWEI THEORIEN

Hier ergeben sich jetzt zwei Möglichkeiten bzw. Theorien:

• Erstens, auch die Extension und Intension eines Satzes wird *nur* über die Entitäten bestimmt, also über *Objekte versus Begriffe/Eigenschaften*. Dann gilt:

Die *Extension* eines Satzes ist ein Sachverhalt, eine *beliebige* Relation zwischen zwei oder mehr *Objekten* (bzw. zwischen zwei oder mehr Sachverhalten).

Die *Intension* eines Satzes ist ein Begriffsverhalt, d. h. eine *beliebige* Relation zwischen zwei oder mehr *Begriffen* oder *Eigenschaften (bzw.* zwischen zwei oder mehr Begriffsverhalten).

• Zweitens, die Extension und Intension eines Satzes wird *zusätzlich* über die *Relation* bestimmt. D. h. Extension und Intension unterscheiden sich hier *auch* durch die *Art der Relation*.

Dabei müssen wir neben *extensional* und *intensional* auch noch *gemischt extensional-intensional* berücksichtigen, also einen Satz, in dem einem *Objekt* (extensional) eine *Eigenschaft* (intensional) zugeschrieben wird.

Die Zuordnung könnte folgendermaßen sein:

extensional:	Mengen-Relation	z. B. $x \in F$ oder $F \subset G$
intensional:	Implikations-Relation	z. B. $F \rightarrow G$
gemischt:	Zukommens-Relation	z. B. Fx

Wir werden beide Theorien jetzt untersuchen.
Wenn die zweite Theorie zutrifft, also extensional, intensional (und gemischt) *auch* über die *Relation* unterschieden werden, dann muss es s*pezifische Relationen* bzw. Relatoren für extensional und intensional (oder gemischt geben). Es ist daher zu untersuchen, welche Relationen für extensional, intensional und gemischt hier in Frage kommen. Ich beschränke mich dabei auf die *Kopula-Struktur* und auf die formale logische Sprache.

1.2 EXTENSIONALE RELATION

Hier bietet sich im Grunde nur *eine* Relation an, die *Mengen-Relation*.
Ein Sachverhalt ist eine Mengen-Relation zwischen Objekten.

Element-Relation $x \in F$: Individuum x ist Element von Klasse F

Teilmengen-Relation $F \subset G$: Klasse F ist Teilmenge von Klasse G

Dies scheint zunächst eine elegante Lösung, aber es ergeben sich vor allem 2 Probleme:

– Erstens, bei *komplexen Sätzen* ist die Teilmengen-Relation sehr schwierig semantisch zu deuten bzw. zu verstehen, etwa der komplexe Satz $(F \subset G) \subset (F \subset H)$; z. B.:
„Alle Kölner sind Deutsche" ist enthalten in „alle Kölner sind Europäer"; genauer:
Der Sachverhalt, dass die Klasse der Kölner Teilmenge der Klasse der Deutschen ist, ist Teilmenge des Sachverhaltes, dass die Klasse der Kölner Teilmenge der Klasse der Europäer ist (im Grunde müsste es noch komplizierter ausgedrückt werden).

Komplexe Sätze verknüpft man besser mit der *Implikation*, weil sich so die Bedeutung viel einfacher und eleganter darstellen bzw. verstehen lässt: $(F \subset G) \rightarrow (F \subset H)$, im Beispiel: Wenn alle Kölner Deutsche sind, sind auch alle Kölner Europäer, genauer: Wenn die Klasse der Kölner eine Teilmenge der Klasse der Deutschen ist, dann ist die Klasse der Kölner auch eine Teilmenge der Klasse der Europäer.

– Zweitens, ich werde unten noch zeigen, dass auch *Relationen zwischen Eigenschaften* bzw. *Begriffen* als *Mengen-Relationen* verstanden werden können.

Somit ist der extensionale Satz in doppelter Weise nicht durch Mengen-Relationen von intensionalen Sätzen abzugrenzen. Erstens benötigt man für *komplexe* extensionale Sätze auch die Implikation, zweitens werden auch *intensionale* Sätze mit Mengen-Relationen dargestellt.
Das ändert natürlich nichts daran, dass man *einfache* extensionale Sätze am besten mittels der *Mengen-Relatoren* $\in$, $\notin$, $\subset$, $\subseteq$, $\not\subset$, $\supset$, $\supseteq$ u. ä. darstellt.

1.3 GEMISCHT EXTENSIONALE-INTENSIONALE RELATION

Hier geht es um die Relation des *Zukommens*, *Besitzens* oder *Seins* einer *Eigenschaft* in Bezug auf ein *Objekt*; formal wird dafür *gar kein* Zeichen verwendet, nur die *Stellung* symbolisiert diese Relation.

individuelle Relation: Fx oder F(x): x kommt die Eigenschaft F zu, x besitzt die Eigenschaft F, F ist Eigenschaft von x

allgemeine Relation: G(F): die Klasse F besitzt die Eigenschaft G, G ist Eigenschaft der Klasse F

Ich lasse zuerst offen, ob diese Relation zur Abgrenzung geeignet ist.

1.4 INTENSIONALE RELATION

Hier geht es um (analytische) *Relationen zwischen Begriffen*; ich will dabei vier mögliche Relationen diskutieren, beschränke mich dabei wieder auf *eine* bestimmte Struktur:

1.4.1 Teil-Relation $\sqsubset$

$F \sqsubset G$: „Der Begriff F ist Teil vom Begriff G", z. B.: „Der Begriff Blume ist Teil vom Begriff Rose".

Eine solche *Teil-Relation* ist in der Logik nicht definiert, man müsste sie also neu einführen. Es sprechen aber durchaus Gründe für diese Lösung; es ergäbe sich nämlich:

extensional	die Teilmengen-Relation $\subset$
extensional-intensional	die Eigenschafts-Relation (ohne Symbol)
intensional	die Teil-Relation $\sqsubset$

Hier könnte man also nicht nur die Objekte / Eigenschaften, sondern auch die *Relationen* dazu verwenden, extensional, extensional-intensional und intensional voneinander abzugrenzen, da jeder der drei Möglichkeiten ein unterschiedlicher Relator zugeordnet wird.

Das hätte auch zur Folge, dass man grundsätzlich auf die komplizierten Formalisierungen mit ‚K' (für Klasse) und ‚E' (für Eigenschaft) verzichten könnte. Denn bei ‚$F \subset G$' wäre es auf Grund des Relators klar, dass es sich im einen *extensionalen* Satz handelt, bei ‚$F \sqsubset G$' wäre es auf Grund des Relators klar, dass es sich im einen *intensionalen* Satz handelt.

Dennoch habe ich nach Abwägung vieler (hier nicht alle zu nennender) Argumente diese Lösung zurückgestellt; einige Gründe sind:

Man sollte nur *neue Begriffe* mit *neuen Symbolen* einführen, wenn es unumgänglich ist. Wie man unten jedoch sieht, ist mit der *Teilmengen-Relation* eine ähnliche Relation bereits etabliert; allerdings werden bei der Teil-Relation Begriffe als *Systeme* oder Ganzheiten aufgefasst, nicht als einfache *Mengen*.

Wichtiger ist aber das Folgende: Ich habe oben gezeigt, dass sich *komplexe* extensionale Sätze nur in unbefriedigender Weise ausschließlich mit Mengen-Relationen wie $\subset$ oder $\supset$ darstellen lassen; das Entsprechende gilt für die Teil-Relation $\sqsubset$ zwischen Begriffen, auch hier kommt man (bei komplexen Sätzen) ohne zusätzliche Verwendung der Implikation $\rightarrow$ kaum aus. Damit ist aber die oben aufgestellte Systematik der Abgrenzung hinfällig.

1.4.2 Implikation ($\rightarrow$)

$F \rightarrow G$: „Der Begriff F impliziert den Begriff G". Z. B.: „Der Begriff Rose impliziert den Begriff Blume".

Ebenso wie bei der Teil-Relation hat man es bei Wahl der *Implikation* für Begriffs-Relationen in allen drei Fällen mit unterschiedlichen Relationen zu tun: *extensional* die Teilmengen-Relation $\subset$, *extensional-intensional* die Eigenschafts-Relation (ohne Symbol) und *intensional* die implikative Relation $\rightarrow$. Auch hier könnte man also nicht nur die Objekte/Eigenschaften, sondern auch die Relationen dazu verwenden, extensional, extensional-intensional und intensional voneinander abzugrenzen.

Leider sprechen verschiedene Gründe gegen diese elegante Lösung: erstens wird die Implikation normalerweise nur für Relationen zwischen *Sätzen* oder *Aussagen* verwendet; zweitens ist die Implikation so definiert, dass sie von den *Wahrheitswerten* der Komponenten, hier F und G, abhängt – aber Begriffen kann man keinen *Wahrheitswert* zuweisen (außer in einer erweiterten Theorie, vgl. 0-4-4); außerdem benötigt man eben die Implikation doch für *komplexe* extensionale Sätze.

1.4.3 Eigenschafts-Relation

G(F): „Der Begriff G ist Eigenschaft vom Begriff F", z. B.: „Der Begriff Blume ist Eigenschaft vom Begriff Rose".

Hier verwendete man für *extensional-intensional gemischte* Sätze und *rein intensionale* Sätze dieselbe Relation, die *Eigenschafts-Relation*; eine Abgrenzung über Relationen wäre also nicht möglich. Die Eigenschafts-Relation ist außerdem intensional schwer zu handhaben, vor allem bei komplexen Sätzen. So müsste man z. B. formulieren: „Der Begriff G ist Eigenschaft vom Begriff F“ ist Eigenschaft von „der Begriff G ist Eigenschaft vom Begriff H“ – das kann man kaum verstehen. Bei einfachen *gemischt extensional-intensionalen* Sätzen ist die Eigenschafts-Relation brauchbar, aber bei *rein intensionalen* Sätzen nicht.

1.4.4 Teilmengen-Relation (⊂)

F ⊂ G: „der Begriff F ist Teilmenge vom Begriff G“, z. B. „der Begriff Blume ist Teilmenge vom Begriff Rose“ (man könnte denken, das müsste umgekehrt lauten, diese Fehlvermutung wurde jedoch schon erläutert).

Hier werden Begriffe als *Mengen bzw. Vereinigungsmengen* von Teilbegriffen oder aber als *Schnittmengen* von Oberbegriffen aufgefasst.

Z. B. Begriff(Quadrat) = Begriff(Rechteck) ∪ B(gleichseitig)

Dabei gilt: alle Begriffe, auch Individual-Begriffe, sind bereits *zusammengesetzt*, sind also Mengen von Teilbegriffen; eine Ausnahme könnten *Kategorial-Begriffe* oder *Transzendental-Begriffe* bilden (was hier aber nicht diskutiert werden soll).

In diesem Fall wird intensional also die gleiche Relation verwendet wie extensional: die Teilmengen-Relation; also ist *keine* eindeutige Zuordnung der Relationen und somit keine relationale Abgrenzung von extensional, extensional-intensional und intensional möglich.

Dennoch halte ich diese Möglichkeit für die beste: es ist weitaus am elegantesten und einfachsten, Begriffe als *Mengen* darzustellen, zwischen denen *Mengen-Relationen* bestehen.

Z. B.: Die Eigenschafts-Menge „Blume“ ist eine Teilmenge der Eigenschafts-Menge „Rose“.

Formal: E(G) ⊂ E(F).

Bei Intension schreibe ich immer das ‚E’ für *Eigenschaft* oder Begriff, bei Klassen kann man dagegen das ‚K’ weglassen, weil die Klassen-Formalisierung die übliche ist.

Zwar könnte man *ontologische* Einwände dagegen erheben, dass z. B. die Begriffe „Rose“ und „rot“ gleichbehandelt werden; man könnte fordern, dass „Rose“ (als Artbegriff) einen anderen Status hat als „rot“; aber in der modernen Logik ist dieser Unterschied zwischen Substanz und Eigenschaft generell aufgehoben – und es wäre sehr problematisch, hier eine Revision vorzunehmen.

Es gibt allerdings einige Unterschiede zwischen den extensionalen und intensionalen Mengen-Relationen: Da wie oben angemerkt, *Begriffe* (mit Ausnahme von Grundbegriffen) immer *zusammengesetzt* sind, kommen hier nur *Mengen*-Relationen in Frage, keine *Element*-Relationen wie ∈ und ∉; aber der Unterschied zwischen Element-Relation und Teilmengen-Relation ist wie schon in 0-4-2 ausgeführt ohnehin relativ, ja verzichtbar. Außerdem sind *intensionale* Relationen immer *analytisch* – material oder formal –, während *extensionale* Relationen synthetisch oder analytisch sein können.

1.5 FOLGERUNG

Meine Folgerung daraus ist: Obwohl zunächst einiges dafür spricht, den Unterschied zwischen extensional und intensional *auch* über *Relationen* zu definieren, sprechen doch mehr Gründe dagegen (wie oben aufgezeigt).

D. h. umgekehrt: Der Unterschied zwischen extensionalen, intensionalen und gemischten Sätzen soll allein über die *Entitäten* bestimmt werden:

- extensional: Relation zwischen *Objekten* (Individuen, Klassen)
- intensional (analytische) Relation zwischen *Eigenschaften* (bzw. *Begriffen*)
- gemischt: Relation zwischen *Objekten und Eigenschaften*

Nachdem oben schon ansatzweise die extensionale und intensionale Bedeutung von Sätzen thematisiert wurde, gehe ich im Folgenden *detailliert* auf dieses Thema *Extension* und *Intension* von Sätzen ein. Nicht gesondert behandele ich die *gemischte Extension-Intension*: Die *gemischte Extension-Intension* eines Satzes wäre ein „Sach-Begriffs-Verhalt" oder „Begriffs-Sach-Verhalt".

Dabei beschränke ich mich vorwiegend auf *Kopula-Sätze*. Die Kopula-Relation bedeutet „X ist ein Y" bzw. negativ: „X ist nicht ein Y". Das ‚ist' kann sprachlich zwar auch für anderes stehen, aber die eigentliche Kopula meint diese Relation.

2. Extension eines Satzes

2.1 SACHVERHALT

Die Extension eines Satzes ist ein *Sachverhalt*. Das ist die klassische Definition, die ich aber weiterhin für die beste halte.

Beginnen wir *aussagen-logisch*: Die Extension des Satzes ‚A' ist der Sachverhalt A.
Hier kann man im Grunde keine *normal-sprachliche* Entsprechung bzw. kein Beispiel angegeben. Denn typisch für die Aussagen-Logik ist eben gerade, dass ihre Sätze *unstrukturiert* sind.

Interessanter wird es daher bei *prädikaten-logischen* Sätzen: Z. B. ist die Extension des Satzes ‚Sokrates ist Philosoph' der Sachverhalt: Sokrates ist Philosoph. Entsprechend ist dann die Extension des formalen Satzes ‚$x_i \in F$' der Sachverhalt $x_i \in F$.

Ein Sachverhalt ist eine *Relation zwischen Objekten* (Individuen und Klassen). Diese Relation kann ganz unterschiedlich sein, sie kann auch *außer-logische*, z. B. kausale Elemente enthalten. Die *Logik* erfasst aber nur *logische* Strukturen. Und ich berücksichtige hier wie gesagt fast nur die (logische) *Kopula-Relation*, die man vor allem als Element-Relation $\in$, Teilmengen-Relation $\subset$ oder Implikation $\rightarrow$ darstellt.

Wie ich in der „Integralen Logik" gezeigt habe, gilt:

die *abstrakte* Extension eines Zeichens / Wortes ist ein *abstraktes* Objekt
die *konkrete* Extension eines Zeichens / Wortes ist ein *konkretes* Objekt

Die *primäre*, die eigentliche Extension eines Zeichens ist dabei die *abstrakte*: Bei ihr wird das Objekt (ein abstraktes Individuum oder eine abstrakte Klasse) nur mit seinen *wesentlichen* (bzw. für wesentlich gehaltenen) Eigenschaften erfasst.

Das Entsprechende gilt für Sätze:

die *abstrakte* Extension eines Satzes ist ein *abstrakter* Sachverhalt
die *konkrete* Extension eines Satzes ist ein *konkreter* Sachverhalt

Was ist ein *konkreter* Sachverhalt? Z. B. wenn ich den Sachverhalt „Der Mensch ist ein Säugetier" so erfasse, dass dabei *alle* Eigenschaften *jedes* Menschen und *alle* Eigenschaften *jedes* Säugetiers miteingehen. Es ist sicher sofort deutlich, dass wir einen solchen Sacherverhalt nicht erfassen können.

Man kann „Der Mensch ist ein Säugetier" aber auch als *abstrakten* Sacherverhalt erfassen, dann werden nur die Eigenschaften berücksichtigt, die *allen* Menschen bzw. *allen* Säugetieren *gemeinsam* sind. Der abstrakte Sachverhalt betrifft die nicht die ganze, konkrete Realität, sondern nur das Wesentliche, er *abstrahiert* vom Kontingenten. Und auf diese Weise ist der Sachverhalt zugänglich bzw. darstellbar.

So gesehen kann man sagen: Die *primäre* Extension eines Satzes ist die *abstrakte* Extension, die sich auf einen *abstrakten Sachverhalt* bezieht.

Nun gehört die Eigenschaft „Säugetier“ zur Definition von Mensch. Bei ‚der Mensch ist ein Säugetier' handelt es sich also um einen *analytischen* Satz. Anders der Satz: ‚50% der Menschen sind Vegetarier'. Dieser Satz ist *synthetisch*, denn hier wird eine Eigenschaft – die *nicht zur Definition* gehört – nur von einem *Teil* der Menschen ausgesagt. Dadurch wird die abstrakte Klasse der Menschen ein wenig *konkretisiert* bzw. ist der Sachverhalt konkreter.

Im Grunde können wir daher 3 Kategorien von Sachverhalten unterscheiden:

• rein abstrakter Sachverhalt

bei analytischen Sätzen, bei denen einem Objekt eine (wesentliche) Eigenschaft zugesprochen wird, die schon in seiner Definition enthalten ist.

• teils abstrakter, teils konkreter Sachverhalt

bei synthetischen Sätzen, wenn einem (abstrakten) Objekt eine konkrete (kontingente) Eigenschaft zugesprochen wird und dieses Objekt dadurch etwas *konkretisiert* wird.

• rein konkreter Sachverhalt

wäre gegeben, wenn alle Eigenschaften der beteiligten Objekte erfasst würden, das ist aber real nicht möglich.

Auch bei der Extension von Sätzen kann man *2 Stufen* unterscheiden, die entsprechend bestimmt sind wie bei der Extension von Zeichen. Die 2. Stufe der Extension eines Satzes bezieht sich dann auf die 2. Stufe der Extension der *verwendeten Zeichen*.

Z. B. der Satz ‚Sokrates ist ein Mensch'.

1. Stufe: Extension = der Sachverhalt: Sokrates ist ein Mensch

(oder logisch exakt: Das Individuum Sokrates ist Element der Klasse der Menschen)

2. Stufe: Extension = der Sachverhalt: dasjenige Objekt, das folgende Eigenschaften hat: Philosoph, Erfinder der sokratischen Methode usw. ist Element der Klasse der Objekte, welche die Eigenschaften „Sinnenwesen“ und „vernünftig“ besitzen – folgt man der klassischen Definition des Menschen.

Diese 2. Stufe spielt bei der Extension von Sachverhalten eine untergeordnete Rolle.

Allerdings ist das Konzept des Sachverhaltes nicht ganz unproblematisch. Als schwieriges Problem gilt das *negativer* Sachverhalte, z. B.: X ist *nicht* Y. Aber warum sollen negative Sachverhalte besondere ontologische Probleme aufwerfen? Zum einen gibt es eine *Äquivalenz positiver und negativer Sachverhalte*, z. B. $X \rightarrow Y \Leftrightarrow \neg(X \wedge \neg Y)$. *Quantitativ* betrachtet gibt es einen *fließenden Übergang* zwischen positiven und negativen Sachverhalten (wobei „negativ“ hier durch $p = 0$ dargestellt wird): z. B. $p = 1$, $p = 0{,}5$, $p = 0{,}1$, $p = 0{,}01$ ... $p = 0$. (Eine weitere Frage ist, ob man auch die Beziehung zwischen einem *Objekt und einer Eigenschaft* als ‚Sachverhalt' bezeichnen soll, aber dies betrifft nur den *gemischt extensional-intensionalen* Ansatz, den wir hier ausklammern.)

Da die *extensionale* Sprache *Vorrang* gegenüber der intensionalen Sprache hat, schreibe ich normalerweise für die Klasse F nur ‚F' und nicht ‚K(F)' (und entsprechend), um die logische Satzform nicht unnötig zu komplizieren. Damit keine Verwechslung möglich ist, werde ich dagegen bei der *intensionalen* Sprache immer das ‚E' für Eigenschaft verwenden, also z. B. ‚E(F)' für die Eigenschaft F.

Wir müssen nun genauer unterscheiden zwischen:

• *synthetischen* und *analytischen* Sätzen
• *Atom-Sätzen* und *Molekül-Sätzen*
• *Individual-Sätzen* und *Klassen-Sätzen*
• *normal-sprachlichen* und *formal-sprachlichen* Sätzen

Alle diese Unterscheidungen wurden im vorausgegangenen Kapitel 0 schon erläutert.

Dabei geht es zunächst nur um *synthetische* Sätze. Manche der im Folgenden vorgenommenen Formalisierungen sind noch partiell provisorisch.

2.2 SYNTHETISCHE SÄTZE

2.2.1 Atom-Satz

Ein *Atom-Satz* (oder Atomar-Satz oder atomarer Satz) ist ein *einfacher Satz*, der keine weiteren Sätze bzw. Relationen enthält. Allerdings bestehen hier Unterschiede zwischen normaler und formaler Sprache sowie zwischen *Tiefen-Struktur* und *Oberflächen-Struktur* (vgl. vor allem 0-1-5-3). So ist der Satz „Alle Menschen sind sterblich" *normal-sprachlich* ein Atomar-Satz, *formal-sprachlich* dagegen ein Molekular-Satz der Struktur: $\Lambda x(Fx \rightarrow Gx)$.

Bei den Atom-Sätzen beschränke ich mich hier auf die Mengen-Relationen „ist-Teilmenge von" und „ist-Element-von", die man beide als „ist-enthalten-in" zusammenfassen kann.

2.2.1.1 *Individual-Satz*

Ein Individual-Satz bezieht sich auf ein *Individuum*, sprachlich enthält er in Subjekt-Funktion einen *Eigennamen*, eine singuläre Kennzeichnung oder eine andere *Individuen-Konstante*.

– *normal-sprachlicher* Satz: ‚Sokrates ist Grieche'.

Extension ist der *Sachverhalt*:

Das Individuum Sokrates ist Element der Klasse aller Griechen.

Man könnte sich bei diesem wie manchen Beispielen streiten, ob es wirklich ein *synthetischer* oder eventuell ein *material-analytischer* Satz ist, im Beispiel, ob es zur Definition von Sokrates gehört, dass er Grieche ist; diese Unterscheidung ist aber für die Argumentation nicht von Wichtigkeit.

Es gibt allerdings auch *singuläre* Prädikate bzw. Eigenschaften, z. B.: ‚Anne ist Mutter von Karin'. Bei diesem Satz ist es wenig sinnvoll zu analysieren ‚Anne ist Element der Klasse aller Mütter von Karin', denn es gibt eben nur *eine* Mutter. Solche Fälle werden hier aber nicht berücksichtigt, wir haben uns ohnehin schon ziemlich weit aus der reinen Logik in die Sprachanalyse begeben, und das soll nicht unnötig ausgeweitet werden.

– *formal-sprachlicher Satz:* ‚$x_i \in F$'

Extension ist der Sachverhalt: $x_i \in F$

bzw. normal-sprachlich gefasst: x_i ist Element der Klasse F

2.2.1.2 Klassen-Satz

– *normal-sprachlicher* Satz: 'Alle Philosophen sind Erdbewohner'.

Extension ist der Sachverhalt:

Die Klasse der Philosophen ist eine Teilmenge der Klasse der Erdbewohner.

Man könnte die Extension bei einer *individuellen* Darstellung noch anders ausdrücken, nämlich als Aufzählung: Philosoph_1 ist Erdbewohner, Philosoph_2 ist Erdbewohner usw.

– *formal-sprachlicher Satz*: ‚$F \subset G$'

Extension ist der Sachverhalt: $F \subset G$ bzw.: Die Klasse F ist eine Teilmenge der Klasse G

2.2.2 Molekül-Satz

Ein *Molekül-Satz* (Molekular-Satz oder molekularer Satz) ist aus zwei oder mehr Sätzen zusammengesetzt bzw. enthält zwei oder mehr Relationen. Die sind *verknüpft*. Als Verknüpfung dienen *normal-sprachlich* Bindewörter (Konjunktionen) wie ‚wenn – dann', ‚und', ‚oder' und andere. *Logisch* werden entsprechend aussagen-logische *Relatoren* verwendet, also beispielsweise $\rightarrow$, $\wedge$, $\vee$, $\leftrightarrow$. Da der *Implikations-Satz* (wenn – dann) mit $\rightarrow$ aber der wichtigste Molekül-Satz ist, wollen wir uns hier auf ihn beschränken.

Aussagen-logisch nehmen wir z. B. den Satz: ‚$A \rightarrow B$'. Seine Extension ist der Sachverhalt: $A \rightarrow B$. Wie gesagt kann man bei der Aussagen-Logik im Grunde keine *normal-sprachliche* Entsprechung bzw. kein Beispiel angegeben. Denn typisch für die Aussagen-Logik ist eben gerade, dass ihre Sätze *unstrukturiert* sind. Zwar gibt man als Beispiel für ‚$A \rightarrow B$' gerne an: ‚Wenn es regnet, ist die Straße nass'. Korrekt müsste das etwa heißen: ‚Wenn der Himmel regnet, ist die Straße nass'. Das ist aber bereits eine *prädikaten-logische* Struktur: $Fx_i \rightarrow Gx_j$. Dennoch werde ich im Text – zur Veranschaulichung – immer auch wieder *sprachliche Beispiele* für aussagen-logische Sätze bringen.

Kommen wir jetzt zur *Prädikaten-Logik* und beschränken uns hier ebenfalls auf die *Implikation*. Dabei besteht allerdings das Problem, dass für $\rightarrow$ (wie aber auch für die anderen Junktoren) keine *klassische extensionale* Deutung vorgesehen ist. D. h. hier ist keine Deutung im Sinne einer *Mengen-Relation* („ist Teilmenge von") üblich. Nun wurde zwar gesagt, dass der Status „extensional" nur über *Objekte* definiert wird, nicht über *Relationen*; somit müssten auch andere Relationen außer den Mengen-Relationen für eine extensionale Darstellung möglich sein. Andererseits soll die Extension auf die *reale Welt* Bezug nehmen, einen realen Sachverhalt kenneichnen. Eine *Wenn-dann*-Relation, mit der die Implikation primär übersetzt wird, kann schwerlich als realer Sachverhalt bezeichnet werden. Sie ist *hypothetisch*, nicht „real".

Ich unterscheide daher zwischen:

– *schwacher* (implikativer) *Extension* und
– *starker* (mengen-relationaler) *Extension*

Diese Unterscheidung kommt nur bei den *Molekular-Sätzen* zum tragen.

Die (extensionalen) *Atom-Sätze* sind grundsätzlich *mengen-relational* geschrieben, als Teilmengen- bzw. Element-Relation, z. B. $x_i \in F$.

Ein (kopulativer) Molekül-Satz kann aber als Zentral-Relator ebenfalls das Teilmengen-Symbol ‚$\subset$' besitzen oder den Implikator ‚$\rightarrow$'.

Es ergeben sich daher jeweils zwei Möglichkeiten:

- *schwache (implikative) Extension*: z. B. der molekulare Sachverhalt: $x_i \in F \rightarrow x_i \in G$
  Konkret: W*enn* x_i Element der Klasse F ist, dann ist x_i auch Element der Klasse G.
- *starke (mengen-relationale) Extension*: z. B.: $(x_i \in F) \subset (x_i \in G)$
  Konkret: Der Sachverhalt $x_i \in F$ *ist eine Teilmenge* des Sachverhaltes $x_i \in G$.
  Hier wird $\rightarrow$ durch $\subset$ ersetzt; allerdings ist diese Schreibweise bzw. Deutung sehr ungewohnt.

Man kann auch beim Molekül-Satz zwischen einem *Individual*-Molekül-Satz und einem *Klassen*-Molekül-Satz unterscheiden.

2.2.2.1 Molekül-Individual-Satz

– *Normal-sprachlicher Satz*: ‚Wenn Sokrates philosophiert, dann ist er ein Mensch'. (Wenn nur Menschen philosophieren, wäre dies ein material-analytischer Satz, aber es kann ja auch andere philosophierende Wesen geben, ebenso wie *nicht alle* Menschen philosophieren).

- schwache (implikative) Extension:

der *Sachverhalt*: Wenn Sokrates Element der Klasse der Philosophierenden ist, dann ist er Element der Klasse der Menschen.

- starke (mengen-relationale) Extension:

der *Sachverhalt*: Der Sachverhalt, dass Sokrates Element der Klasse der Philosophierenden ist, ist enthalten in dem Sachverhalt, dass Sokrates Element der Klasse der Menschen ist („enthalten" ist hier nicht analytisch zu verstehen).

Man könnte sich einen solchen *Individual*-Satz strukturell auch als *Klassen*-Satz vorstellen, etwa über die *Zeit* quantifiziert. Es gibt z. B. 100 *Zeitpunkte*, zu denen Sokrates philosophiert. Aber auch ein Philosoph wie er philosophiert nicht zu jedem Zeitpunkt, er ist aber zu jedem Zeitpunkt Mensch. So ist die Menge der Zeitpunkte, an denen Sokrates philosophiert, eine *Teilmenge* der Zeitpunkte, an denen Sokrates Mensch ist. Jetzt können wir die Extension streng bestimmen, nämlich als folgenden Sachverhalt: Die Klasse der Sachverhalte, dass Sokrates Element der Klasse der Philosophen ist, ist eine Teilmenge der Klasse der Sachverhalte, dass Sokrates Element der Klasse der Menschen ist.

– *formal-sprachlicher Satz*: ‚$x_i \in F \rightarrow x_i \in G$'

Formal gilt Entsprechendes: der formal-sprachliche Satz ‚$x_i \in F \rightarrow x_i \in G$' hat als

- schwache (implikative) Extension: den Sachverhalt: $x_i \in F \rightarrow x_i \in G$

(umformuliert): wenn x_i Element der Klasse F ist, dann ist x_i auch Element der Klasse G.

- starke (mengen-relationale) Extension: den Sachverhalt: $(x_i \in F) \subset (x_i \in G)$

(umformuliert): die Klasse der Sachverhalte $x_i \in F$ ist eine Teilmenge der Sachverhalte $x_i \in G$ Wollte man die streng bzw. stark extensionale Deutung auch schon in der *Satz-Form* ausdrücken, müsste man auch schreiben ‚$x_i \in F \subset x_i \in G$'; nur ist diese Schreibweise eben, genau wie die Deutung selbst, nicht üblich.

2.2.2.2 Molekül-Klassen-Satz

– *normal-sprachlicher Satz*: ‚Wenn alle Lehrer Geistesarbeiter sind, dann sind auch alle Lehrer gebildet' (synthetischer Satz)

- schwache (implikative) Extension

ist der Sachverhalt: Wenn die Klasse der Lehrer Teilmenge der Klasse der Geistesarbeiter ist, dann ist die Klasse der Lehrer auch Teilmenge der Klasse der Gebildeten (das kann man auch mit ‚alle' formulieren).

- starke (mengen-relationale) Extension

ist der Sachverhalt: Der Sachverhalt, dass die Klasse der Lehrer Teilmenge der Klasse der Geistesarbeiter ist, ist Teilmenge des Sachverhaltes, dass die Klasse der Lehrer Teilmenge der Klasse der Gebildeten ist.

Man kann aber auch jeweils auf eine *Klasse* von Sachverhalten Bezug nehmen (wie der Begriff „Teilmenge" nahe legt). Dann ergibt sich als Extension: Die Klasse der Sachverhalte, dass alle Lehrer Elemente der Klasse Geistesarbeiter sind, ist Teilmenge der Klasse der Sachverhalte, dass alle Lehrer Elemente der Klasse der Gebildeten sind.

($\text{Lehrer}_1 \in$ Klasse der Geistesarbeiter $\cup \ldots \cup$ $\text{Lehrer}_n \in$ Klasse der Geistesarbeiter) $\subset$
($\text{Lehrer}_1 \in$ Klasse der Gebildeten $\cup \ldots \cup$ $\text{Lehrer}_n \in$ Klasse der Gebildeten)

– *formal-sprachlicher Satz*: ‚$F \subset G \rightarrow F \subset H$'

- schwache (implikative) Extension: $F \subset G \rightarrow F \subset H$
  Normal-sprachlich formuliert ist die Extension der folgende *Sachverhalt*:
  Wenn die Klasse F Teilmenge der Klasse G ist,
  dann ist die Klasse F auch Teilmenge der Klasse H
- starke (mengen-relationale) Extension: $(F \subset G) \subset (F \subset H)$

Normal-sprachlich formuliert ist die Extension der folgende *Sachverhalt*:
Die Klasse der Sachverhalte $F \subset G$ ist eine Teilmenge der Klasse der Sachverhalte $F \subset H$.

2.3 ANALYTISCHE SÄTZE

Es ging bisher um *synthetische* Sätze. Wie ich allerdings schon anmerkte, manche der obigen Beispiele könnte man auch als *material-analytisch* ansehen. Ein Satz ist dann material-analytisch (tautologisch), wenn der Prädikat-Begriff durch *Definition* bereits im Subjekt-Begriff enthalten ist:

z. B.: ‚alle Quadrate sind Rechtecke', halb-formal: K(Quadrate) $\subset$ K(Rechtecke).

Die Unterscheidung zwischen *synthetisch* und *material-analytisch* war für die obige Darstellung nicht von großer Bedeutung, aber normalerweise sollten *material-analytische* Sätze doch markiert werden, mit einem *Index* ‚df' oder ‚pd' (per definitionem).

Für *normal-sprachliche* Sätze wie ‚alle Quadrate sind Rechtecke' ist die Kennzeichnung verzichtbar, denn man kann oft an den Wörtern bzw. Objekten erkennen, ob es sich um ein material-analytisches oder ein synthetisches Verhältnis handelt.

Bei *halb-formalen* Sätzen wie K(Quadrate) $\subset_{pd}$ K(Rechtecke) sollte man um der Präzision willen den Index setzen.

Vor allem aber bei *rein formalen* Sätzen, denen man nicht ansieht, ob sie *synthetisch* und *material-analytisch* sind, braucht man den Index. Daher sollte man unterscheiden:

$F \subset G$ bzw. $K(F) \subset KG)$: hier liegt eine *synthetische* Relation vor
$F \subset_{pd} G$ bzw. $K(F) \subset_{pd} K(G)$: hier ist eine *material*-analytische Relation gemeint
(allerdings spielen *material-analytische* Relationen in der *formalen* Sprache kaum eine Rolle, da dort von der konkreten Bedeutung abstrahiert wird.)

Nun ließen sich die obigen Unterscheidungen von Satztypen auch auf *formal*-analytische Sätze anwenden, z. B.:

‚$F \,{}^{+}{\subseteq}^{+}\, F$': Extension ist der Sachverhalt: Klasse F ist eine Teilmenge der Klasse F
(das hochgestellte doppelte + steht für *Tautologie*). Hier schreibt man keinen Index ‚pd', denn der Satz ist nicht auf Grund von Definitionen, sondern allein auf Grund von logischen bzw. mathematischen Gesetzen analytisch-tautologisch.

Insgesamt ergeben sich bei formal-analytischen Sätzen aber dieselben Ergebnisse wie bei den synthetischen Sätzen, weshalb eine systematische Analyse verzichtbar ist.

Man könnte allerdings auch fragen, ob formal-analytische Sätze überhaupt eine Extension besitzen. Dies ist aber zu bejahen. Zwar könnte man einwenden: Ein analytischer Satz wie ‚alle Bundesländer sind Bundesländer' ist empirisch gar nicht zu fassen. Aber man kann doch die Bundesländer prüfen und wird eben feststellen, dass sie alle Bundesländer sind.

Wie wir gleich sehen werden, spielt bei der *Intension* von Sätzen die Unterscheidung zwischen synthetischen und analytischen Sätzen eine wichtige Rolle.

2.4 THEORIE: EXTENSION EINES SATZES = SEIN WAHRHEITSWERT

Ich habe oben als *Extension eines Satzes* den von ihm bezeichneten *Sachverhalt* bestimmt.

In der neueren Logik (seit Frege) wird dagegen vielfach behauptet,
die Extension eines Satzes sei sein Wahrheitswert.

D. h. es gibt danach nur zwei *extensionale Bedeutungen* für einen Satz: *wahr* oder *falsch*.

Ich halte diese These für nicht überzeugend; sie hat zwar den Vorteil der *Einfachheit*, man erspart sich die ontologischen Probleme, einen Sachverhalt zu definieren u. ä., allerdings überwiegen die *Nachteile*:
– Es ist recht künstlich, ja *willkürlich*, als Extension eines Satzes seinen Wahrheitswert anzusetzen.
– Es besteht dann kaum mehr eine *Entsprechung* zwischen der Extension eines Wortes (Objekte) und der eines Satzes (Wahrheitswerte).
– Der Begriff des *Wahrheitswertes* ist ebenfalls nicht unproblematisch; man muss im Grunde zunächst den äußerst schwierigen Begriff ‚Wahrheit' klären.
– Der Begriff des *Sachverhaltes* ist letztlich kaum verzichtbar, auch die neuere Logik greift darauf zurück, etwa in der berühmten Definition der Wahrheit von Alfred Tarski; danach ist ein Satz dann wahr, wenn der Sachverhalt, den er bezeichnet, besteht.
– Vor allem hätten alle wahren bzw. alle falschen Sätze dann *dieselbe* extensionale Bedeutung, wahre (bzw. falsche) Sätze ließen sich extensional gar nicht mehr unterscheiden.

Fazit: Die These, dass die Extension eines Satzes sein *Wahrheitswert* ist, überzeugt nicht; in keinem Fall für einen Satz der normalen Sprache mit konkreter Bedeutung, aber auch für einen formalen Satz wie z. B ‚$x_i \in F$'. Ohnehin lässt sich ja für einen *formalen* Satz mit *Variablen* gar kein fester Wahrheitswert angeben; wie ich aber gezeigt habe, fungieren letztlich auch Konstanten in der formalen Sprache als Variablen.
Ich halte somit daran fest, dass die *Extension eines Satzes* ein *Sachverhalt* ist.

3. Intension eines Satzes

Was ist die Intension eines Satzes? Hierzu gibt es verschiedene Theorien:
• Aussage
Intension eines Satzes = die Aussage, die er macht.
Das klingt erst einmal plausibel, ist aber letztlich nichtssagend. Es besagt letztlich nur, dass ein Sachverhalt gegeben ist. Wie soll man eine Aussage semantisch von einem Sachverhalt unterscheiden? Eine Aussage ist im Grunde eine zusätzliche Funktion, die besagt, dass etwas wahr ist. Sie hat weniger einen semantischen Status, als vielmehr einen *pragmatischen*, nämlich den der (Wahrheits-)*Behauptung*, ähnlich wie *Frage*, *Auforderung* u. ä. Wenn man die Intension *real* versteht und nicht psychisch oder sprachlich, nützt die „Aussage" wenig.
• Wahrheitswerte
Intension eines Satzes = sein Wahrheitswert in allen möglichen Welten.
Das ist eine interessante These, die ich ausführlich in 3.4 diskutieren werde.
• Begriffs-Relation
Intension eines Satzes = eine Relation zwischen Begriffen (Begriffsverhalt)
bzw. eine Relation zwischen Begriffsverhalten.
Diese Theorie werde ich vertreten, sie passt auch am besten zur Bestimmung der Intension von *Wörtern*, hat allerdings ihre Schwierigkeiten.

Zuweilen bezieht man den Terminus ‚Intension' nicht generell auf den Satz, sondern auf *bestimmte* Sätze bzw. deren Analyse. Es heißt dann, das z. B. *Glaubens-Sätze* (‚x glaubt, dass F zutrifft') nicht *extensional*, sondern nur *intensional* zu verstehen und zu analysieren sind.

Damit meint man meistens, dass diese Sätze *nicht wahrheitswert-funktional* sind. M. E. ist dieses Kriterium aber wenig geeignet, die Intension eines Satzes zu definieren.
Wesentlich ist: Die Intension richtet sich nur auf *analytische* Beziehungen:

- bei *Atom*-Sätzen: auf analytische Beziehungen zwischen Subjekt und Prädikat
- bei *Molekular*-Sätzen: auf analytische Beziehungen zwischen den beiden Teilsätzen, zwischen Vordersatz und Nachsatz.

3.1 BEGRIFFSVERHALT

Die Intension eines (deskriptiven) *Zeichen/Wortes* habe ich bestimmt als *Begriff* (oder *Eigenschaft*), genauer als die Menge der *definierenden* Eigenschaften. Entsprechend wird hier festgelegt: Die Intension eines Satzes ist ein „Begriffsverhalt", d. h. eine *Relation zwischen Begriffen* (oder *Eigenschaften*) bzw. zwischen einfacheren Begriffsverhalten.

Der Terminus ‚Begriffsverhalt' wurde analog zum extensionalen ‚Sachverhalt' gebildet. Man darf nicht einschränken, dass es nur um *definierende* Relationen bzw. *definierende* Eigenschaften geht, denn dann hätten *synthetische* Sätze wie z. B. der Satz ‚alle Quadrate sind blau' gar keine Intension (weil „blau" keine definierende Eigenschaft von „Quadrat" ist), was unbefriedigend wäre.

Allerdings ist das Konzept der Intension am tragfähigsten und überzeugendsten bei *material-analytischen* Sätzen, also Sätzen, die unmittelbar auf *Definitionen* beruhen (wie z. B. ‚alle Quadrate sind rechteckig').

Dabei ist zu unterscheiden zwischen der *Definition* selbst und der *Ableitung aus der Definition*. Ich schreibe *Eigenschaften* oder *Begriffe* wie gesagt normalerweise mit großem ‚E', z. B. E(Quadrat). Ob man die Eigenschaft normal-sprachlich mit *Substantiv* (z. B. ‚Quadrat') oder mit *Adjektiv* (z. B. ‚quadratisch') schreibt, ist hier ohne Relevanz − auf die ontologische Problematik dieses Unterschieds bin ich schon eingegangen.

Als erstes Beispiel nehme ich eine *vereinfachte* Definition von ‚Quadrat' bzw. ‚quadratisch':

- *Definition*: $E(\text{quadratisch}) =_{df} E(\text{rechteckig}) \cup E(\text{gleichseitig})$,

zu lesen: die Eigenschaft(smenge) „quadratisch" ist definiert als Vereinigungsmenge der Eigenschaften „rechteckig" und „gleichseitig". Für die *Definition* schreibe ich: $=_{df}$. Die Definition bedeutet eine *vollständige* Angabe, und sei es ggf. auch nur durch eine nicht völlig bestimmte Folge:

$$E(X) =_{df} E(Y_1) \cup \ldots \cup E(Y_n)$$

- *Ableitung aus der Definition*: $E(\text{rechteckig}) \subset_{pd} E(\text{quadratisch})$

Die Eigenschaft(smenge) „rechteckig" ist *per Definition* Teilmenge der Eigenschaft(smenge) „quadratisch". Für die *Ableitung aus der Definition* schreibe ich: $=_{pd}$ (per definitionem).

Die Ableitung enthält nur einen *Teil* der Definition oder ergibt sich aus anderen Definitionen; z. B. könnte man auch schreiben: $E(\text{eckig}) \subset_{pd} E(\text{quadratisch})$

Diese definitorischen Relationen sind *material-analytische* Relationen, nicht formal-analytisch. Erst durch Kombinationen bzw. Zusätze erhält man *formal-analytische* Relationen, z. B.:

$$E(\text{quadratisch}) =_{df} E(\text{rechteckig}) \cup E(\text{gleichseitig}) \;\Rightarrow\; E(\text{rechteckig}) \subset_{pd} E(\text{quadratisch})$$

Diese *Definitions-Prämisse* fügt man aber normalerweise nicht hinzu, wenn man die Intension angibt.

Kommen wir jetzt zu *Molekular-Relationen*. Folgendes Beispiel:

$$E(\text{rechteckig}) \subset_{pd} E(\text{quadratisch}) \;\rightarrow_{pd}\; E(\text{eckig}) \subset_{pd} E(\text{quadratisch}).$$

Hier muss der Implikations-Pfeil mit dem Index ‚pd' belegt werden. Eine Umwandlung in einen formalen Schluss könnte folgendermaßen aussehen:

$E(\text{eckig}) \subset_{pd} E(\text{rechteckig}) \wedge E(\text{rechteckig}) \subset_{pd} E(\text{quadratisch}) \Rightarrow$
$E(\text{eckig}) \subset_{pd} E(\text{quadratisch})$.

Ich sehe dabei einmal davon ab, dass ich die Intension letztlich *subjektiv* bestimmt habe, also dass sie nicht die *objektiv* wesentlichen Eigenschaften, sondern nur die für wesentlich *erachteten* (abstrakten) Eigenschaften umfasst; man kann diesen Aspekt hier vernachlässigen und braucht die Thematik nicht noch komplizierter zu machen.

Nun gibt es Eigenschaften, die nicht (oder nur vernachlässigbar) durch *Definitionen* verbunden sind. Die Relationen zwischen ihnen kann man (material) '*synthetisch*' nennen.
Beispiel: E(Lehrer) und E(Raucher). Keine der beiden *Eigenschaftsmengen* ist Teilmenge der anderen; man kann daher schreiben:

$E(\text{Raucher}) \not\subset E(\text{Lehrer}) \wedge E(\text{Lehrer}) \not\subset E(\text{Raucher})$

Etwa wie folgt zu lesen: ‚*Einige* Unter-Eigenschaften der komplexen Eigenschafts-Menge „Raucher" sind *nicht* Elemente der komplexen Eigenschafts-Menge „Lehrer" und umgekehrt'; warum nicht von *allen* Eigenschaften die Rede ist, wird später noch erklärt.

Man könnte sich darüber streiten, ob hier auch ein *Definitions-Index* (beim $\not\subset$) gesetzt werden soll. Es ließe sich argumentieren: Zwischen Eigenschaften sind *alle* Relationen *definitorisch*, d. h. auch wenn zwei Eigenschaften voneinander ganz *unabhängig* sind (und die Beziehung zwischen ihnen normalerweise durch negierte Relationen dargestellt wird), folgt dies ebenfalls aus den Definitionen. Ich möchte aber bei synthetischen Relationen keinen pd-Index setzen, auch zur besseren Unterscheidung von analytischen Relationen. Das gilt sowohl für Atom-Relationen wie für Molekular-Relationen.

Zum Abschluss dieses Punktes eine Übersicht (mit Beispielen):

– Atom-Relationen

synthetisch:	$E(\text{Lehrer}) \not\subset E(\text{Raucher})$
material-analytisch:	$E(\text{Mensch}) \subset_{pd} E(\text{Lehrer})$
formal-analytisch:	$E(\text{Raucher}) \,{}^{+}{\subseteq}^{+}\, E(\text{Raucher})$

${}^{+}{\subseteq}^{+}$ (mit hochgestellten ${}^{++}$) steht für eine formal-analytische, *tautologische* Teilmengen-Relation.

– Molekular-Relationen

synthetisch:	$E(\text{Mensch}) \subset_{pd} E(\text{Lehrer}) \rightarrow E(\text{Tier}) \subset_{pd} E(\text{Affe})$
material-analytisch:	$E(\text{Mensch}) \subset_{pd} E(\text{Lehrer}) \rightarrow_{pd} E(\text{Lehrer}) \subset_{pd} E(\text{Pädagoge})$
formal-analytisch:	$E(\text{Mensch}) \subset_{pd} E(\text{Lehrer}) \Rightarrow E(\text{Mensch}) \sqcap_{pd} E(\text{Lehrer})$

Zwischen $E(\text{Mensch}) \subset_{pd} E(\text{Lehrer})$ und $E(\text{Tier}) \subset_{pd} E(\text{Affe})$ besteht *keine direkte definitorische* Relation, sondern nur eine *synthetische* Relation, daher wird der Pfeil $\rightarrow$ ohne Index verwandt. ‚$E(\text{Mensch}) \sqcap_{pd} E(\text{Lehrer})$' ist zu lesen als: Die Eigenschaftsmenge „Mensch" *schneidet* (per def.) die Eigenschaftsmenge „Lehrer".

Ich werde jetzt verschiedene *Satz-Typen* untersuchen, analog der Analyse bei der Extension. Zunächst müssen wir wieder unterscheiden zwischen *analytischen* und *synthetischen* Sätzen. Wir beginnen diesmal mit den *analytischen* Sätzen. Dabei konzentrieren wir uns auf die *material*-analytischen Sätze, welche auf *Definitionen* beruhen; die *formal*-analytischen Sätze sind für die Analyse der Intension weniger interessant.

Auch wenn hier die Intension, die intensionale *Bedeutung* von Sätzen das Thema ist, gehen wir zunächst von der extensionalen *Form* der Sätze aus, weil diese viel gebräuchlicher ist.

3.2 ANALYTISCHE SÄTZE

3.2.1 Atom-Satz

Atomare Sätze sind wie beschrieben solche, die nicht andere Sätze oder Relationen als Teile enthalten. Dies können *Individual*- oder *Allgemein*-Sätze sein (bei der Intension spreche ich lieber von ‚Allgemein-Sätzen' als von ‚Klassen-Sätzen').

3.2.1.1 Individual-Satz

– *normalsprachlicher Satz*: ‚Sokrates ist Mensch'
Auf das Problem der Definition von *Eigennamen* bin ich schon eingegangen.
Intension ist der Begriffsverhalt: der Begriff „Mensch" ist im Begriff „Sokrates" enthalten; wir gehen also davon aus, das zur Definition von Sokrates die Eigenschaft „Mensch" gehört.

Die Intension lässt sich natürlich auf verschiedene Weise *sprachlich ausdrücken*, z. B.
- der Allgemein-Begriff „Mensch" ist Teilbegriff des Individual-Begriffs „Sokrates"
- die Begriffs-Klasse „Mensch" ist Teilmenge der Begriffs-Klasse „Sokrates"
- die Eigenschafts-Menge „Mensch" ist Teilmenge der Eigenschafts-Menge „Sokrates".

Zur Vollständigkeit könnte man immer hinzufügen: ‚definitorisch' oder ‚per definitionem' (‚per Definition), also z. B.: der Allgemein-Begriff „Mensch" ist *definitorisch* Teilbegriff des Individual-Begriffs „Sokrates". Entsprechend: der Allgemein-Begriff „Mensch" ist *wesentlich* Teilbegriff des Individual-Begriffs „Sokrates" Aber während man in der exakten *formalen* Sprache diese Kennzeichnung vornehmen sollte, ist sie in der normalen Sprache verzichtbar, wird ja auch i. allg. nicht verwendet.

– *formal-sprachlicher Satz*: $F_{pd}x_i$ oder $x_i \in_{pd} F$ (pd = per definitionem)
Die obige *extensionale* Form des Satzes ist die verbreitetste. Der formal-sprachliche Satz kann allerdings auch schon eine *intensionale Form* haben, nämlich ‚$E(F) \subset E(x_i)$'.

Intension ist in jedem Fall der folgende *Begriffsverhalt*: $E(F) \subset E(x_i)$.
Non-formal: Intension = der Allgemein-Begriff F ist Teilmenge des Individual-Begriffs x_i.
Oder exakter: Intension = die allgemeine Eigenschafts-Menge F ist Teilmenge der individuellen Eigenschafts-Menge x_i. Exakt muss und sollte man auch hier mit *Definitions-Index* schreiben: ‚$E(F) \subset_{pd} E(x_i)$'. Es ließen sich auch *Modal-Ausdrücke* hinzufügen: ‚Der Allgemein-Begriff F ist durch Definition *notwendig* Teilmenge des Individual-Begriffs x_i'.

Ein *formal*-analytischer Satz wäre z. B. ‚$E(x_i) \,^{+}\!\subset^{+} E(x_i)$'. Die hochgestellten $^{++}$ zeigen an, dass hier eine *formale* Tautologie vorliegt. Die Intension ist: $E(x_i) \,^{+}\!\subset^{+} E(x_i)$ bzw. der *Begriffsverhalt*: Der Begriff x_i ist Teilmenge des Begriffs x_i.

Jede Menge ist auch Teilmenge von sich selbst, denn es gilt: $(X = Y) \Leftrightarrow (X \subseteq Y) \wedge (X \supseteq Y)$.

Es gibt folgenden Zusammenhang von *formal-analytisch* und *material-analytisch*: Angenommen, es gilt $E(F) \subset_{df} E(x_I)$. Man weiß dann, dass aus der *Definition* des Begriffs $E(x_i)$ folgt, dass E(F) ein Teilbegriff ist. Hier liegt ein *material-analytischer* Zusammenhang vor. Wenn man die Definition explizit einführt, z. B. $E(x_i) =_{df} E(F) \cup E(G) \cup E(H)$.

Dann gilt folgender Schluss: $E(x_i) =_{df} E(F) \cup E(G) \cup E(H)] \Rightarrow E(F) \subset_{pd} E(x_I)$.

3.2.1.2 Allgemein-Satz

Man kann bei analytischen Sätzen unterscheiden zwischen *tautologischen* (immer wahren) und *kontradiktorischen* (immer falschen) Sätzen. Die tautologischen Sätze sind wesentlich bedeutender, daher beschränke ich mich hier auf diese definitorisch tautologischen Sätze;

außerdem wird noch gezeigt werden, dass sich bei der Intension *material-analytischer* Sätze kaum eine Kontradiktion angeben lässt.
– *normal-sprachlicher (tautologischer) Satz*:
z. B.: ‚alle Junggesellen sind unverheiratet'.
Intension (in verschiedenen Variationen):
• der Begriff „unverheiratet" ist Teilmenge (Teilbegriff) des Begriffs „Junggeselle"
• die Eigenschaftsmenge „unverheiratet" ist Teilmenge der Eigenschaftsmenge „Junggeselle"
• der Begriff „unverheiratet" ist im Begriff „Junggeselle" enthalten

– *formal-sprachlicher Satz*:
extensionale Form: z. B. ‚$K(F) \subset_{pd} K(G)$'
intensionale Form: ‚$E(G) \subset_{pd} E(F)$'
Intension: $E(G) \subset_{pd} E(F)$
normal formuliert: Der Begriff G ist (definitorisch) Teil des Begriffs F.
exakter: Die Eigenschafts-Menge G ist (definitorisch) Teilmenge der Eigenschafts-Menge F.

3.2.2 Molekül-Satz

Kommen wir jetzt zu den *Molekular-Sätzen*, die aus *mehreren* Sätzen zusammengesetzt sind. Ich unterscheide auch bei der Intension die *schwache* und *starke* Variante, als schwache die *implikative Intension* und als starke die *mengen-relationale Intension.* Hier mache ich diese Unterscheidung sogar bei den normal-sprachlichen Sätzen.

3.2.2.1 Individual-Satz

– *normal-sprachlicher Satz*: ‚Wenn Sokrates Philosoph ist, dann ist Sokrates auch Mensch'. (Ich gehe dabei davon aus, dass Sokrates *definitorisch* Philosoph ist und ein Philosoph *definitorisch* ein Mensch ist.)

Auch hier ergibt sich wieder das Problem mit der Wenn-Dann-Form. So wie ein W*enn-dann*-Satz *extensional* schwierig zu deuten ist, so auch *intensional*: die *Mengen-Deutung* bzw. Enthalten-Deutung ist jedenfalls systematischer, wenn auch komplizierter.

• schwache (implikative) Intension:
Wenn der Begriff „Sokrates" den Begriff „Philosoph" enthält, dann enthält der Begriff „Sokrates" auch den Begriff „Mensch". Bzw.: wenn der Begriff „Philosoph" Teil des Begriffs „Sokrates" ist, dann ist auch der Begriff „Mensch" Teil des Begriffs „Sokrates".
halb-formal:
$E(\text{Philosoph}) \subset E(\text{Sokrates}) \rightarrow E(\text{Mensch}) \subset E(\text{Sokrates})$, denn: $E(\text{Mensch}) \subset E(\text{Philosoph})$.
Als strenger Schluss geschrieben:
$E(\text{Philosoph}) \subset E(\text{Sokrates}) \wedge E(\text{Mensch}) \subset E(\text{Philosoph}) \Rightarrow E(\text{Mensch}) \subset E(\text{Sokrates})$

Also vereinfacht: $E(\text{Mensch}) \subset E(\text{Philosoph}) \subset E(\text{Sokrates})$

• starke (mengen-relationale) Intension:
(der Begriffsverhalt), dass der Begriff „Sokrates" den Begriff „Mensch" enthält, enthält den Begriffsverhalt, dass der Begriff „Sokrates" den Begriff „Philosoph" enthält. Bzw. einfacher: dass der Begriff „Philosoph" Teil des Begriffs „Sokrates" ist, ist enthalten darin, dass der Begriff „Mensch" Teil des Begriffs „Sokrates" ist.
halb-formal: $[E(\text{Philosoph}) \subset E(\text{Sokrates})] \subset [E(\text{Mensch}) \subset E(\text{Sokrates})]$

Problematischer wird es, wenn z. B. ein Teilsatz nicht analytisch, sondern synthetisch ist, darauf gehe ich aber hier nicht ein.

– *formaler Satz*:
Extensionale Form, z. B.: ‚$x_i \in F \rightarrow x_i \in G$' , genauer $x_i \in_{pd} F \rightarrow_{df} x_i \in_{pd} G$
Intensionale Form: ‚$E(F) \subset_{pd} E(x_i) \rightarrow_{pd} E(G) \subset_{pd} E(x_i)$'
Ich unterscheide wieder die *implikative* schwache Intension (als Wenn-dann-Beziehung) und die *mengen-relationale* starke Intension (als Teilmengen-Beziehung):
• schwache, implikative Intension: $E(F) \subset_{pd} E(x_i) \rightarrow_{pd} E(G) \subset_{pd} E(x_i)$
Wenn der Begriff F Teil des Begriffs x_i ist, dann ist auch der Begriff G Teil des Begriffs x_i.
• starke, mengenrelationale Intension: $[E(F) \subset_{pd} E(x_i)] \subset_{pd} [E(G) \subset_{pd} E(x_i)]$

3.2.2.2 *Allgemein-Satz*
– *normal-sprachlicher Satz*: ‚Wenn ein Affe ein Tier ist, dann ist er auch ein Lebewesen' (ich gehe davon aus, dass ein Affe definitorisch ein Tier ist und ein Tier definitorisch ein Lebewesen).
• schwache (implikative) Intension: Wenn der Begriff „Tier" Teil des Begriffs „Affe" ist, dann ist auch der Begriff „Lebewesen" Teil des Begriffs „Affe".
• starke (mengen-relationale) Intension: (der Begriffsverhalt), dass der Begriff „Lebewesen" Teil des Begriffs „Affe" ist, enthält den Begriffsverhalt, dass der Begriff „Tier" Teil des Begriffs „Affe" ist.
Problematischer wird es wiederum, wenn z. B. ein Teilsatz nicht analytisch, sondern synthetisch ist, darauf gehe ich aber hier nicht ein.

– *formaler Satz*
Extensionale Form, z. B.: ‚$F \subset_{pd} G \rightarrow_{pd} F \subset_{pd} H$'
Intensionale Form: ‚$E(G) \subset_{pd} E(F) \rightarrow_{pd} E(H) \subset_{pd} E(F)$'
Ich unterscheide die *implikative* schwache Intension (als Wenn-dann-Beziehung) und die *mengen-relationale* starke Intension:
• schwache (implikative) Intension: $E(G) \subset_{pd} E(F) \rightarrow_{pd} E(H) \subset_{pd} E(F)$, d. h. wenn der Begriff G Teil des Begriffs F ist, dann ist auch der Begriff H Teil des Begriffs F.
• starke (mengen-relationale) Extension: $[E(G) \subset_{pd} E(F)] \subset_{pd} [E(H) \subset_{pd} E(F)]$

Ich möchte das Thema des *Definitions-Index* ‚pd' bzw. ‚df' noch einmal systematischer aufgreifen, in Bezug auf die gerade besprochenen *analytischen* Sätze.
– normaler, inhaltliche Sprache
z. B. ‚alle Junggesellen sind Männer'.
Hier braucht man den Index nicht zu setzen, denn normalerweise erkennt ein kompetenter Sprecher (bzw. ein normal gebildeter Mensch), ob hier ein material-analytisches Verhältnis vorliegt oder nicht. Er weiß, dass ein Junggeselle als ein unverheirateter Mann *definiert* ist. Man muss also *nicht* sagen: ‚Alle Junggesellen sind *durch Definition* Männer'.
– halb-formale Sprache
z. B. extensional: $K(\text{Junggeselle}) \subset_{pd} K(\text{Mann})$
D. H.: Die Klasse der Junggesellen ist *per definitionem* Teilmenge der Klasse der Männer.
In diesem Fall sollte man zur Präzision besser den Index setzen, es ist aber nicht wirklich notwendig.

Intensional sieht es etwas anders aus. Zunächst würde man auch den *Index* schreiben:
$E(\text{Mann}) \subset_{pd} E(\text{Junggeselle})$, denn es ist eben ein definitorisch-analytisches Verhältnis, weder ein synthetisches noch ein formal-analytisches.
Nun könnte man einwenden, dass Relationen zwischen Eigenschaften *immer* material-analytisch sind, immer auf Definitionen beruhen – das habe ich aber schon kritisiert (in 3.1).

Doch könnte man weiter einwenden, dass sich aus der Verwendung des *Teilmengen-Zeichens* $\subset$ ergibt, dass hier ein material-analytische Relation vorliegt (anders als z. B. bei $\not\subset$, das bei material-analytischen *und* synthetischen Relationen vorkommen kann). Dies ist zwar richtig, macht es aber unnötig kompliziert – besser setzt man in solchen Fällen den Index.

– formale Sprache

z. B. extensional $K(F) \subset_{pd} K(G)$ bzw. intensional $E(G) \subset_{pd} E(F)$

Hier *muss* man den Index setzen, wenn man ‚$K(F) \subset_{pd} K(G)$' als material-analytischen Satz meint, denn dies ist aus der Form absolut nicht zu ersehen. Andererseits könnte man auch bestreiten, dass ein solcher formaler Satz generell überhaupt material-analytisch sein kann, jedenfalls wenn man nicht eine konkrete Interpretation mitliefert, z. B. F = Junggeselle und G = Mann.

Intensional könnte man wieder die Argumente von oben heranziehen und ggf. auch, ohne Index, nur $E(G) \subset E(F)$ schreiben.

Bei $K(F) \subseteq K(F)$ erkennt der logisch geschulte Mensch dagegen sofort, das hier ein *formal*-analytischer Satz vorliegt. Ich kennzeichne diesen Satz aber, um es für alle Leser direkt ersichtlich zu machen, durch 2 hochgestellte ++ für Tautologie, also: $K(F) \;{}^{+}{\subseteq}^{+}\; K(F)$.

Diese Ausführungen bezogen sich auf *Atom-Sätze* (oberflächen-strukturell betrachtet), aber für Molekül-Sätze gilt Entsprechendes.

3.3 SYNTHETISCHE SÄTZE

Von großer Bedeutung ist die Intension nur bei *analytischen* Sätzen, vor allem *material-analytischen* Sätzen. Bei *synthetischen* Sätzen ist die Extension ungleich wichtiger als die Intension, diese lässt sich auch nur sehr schwer bestimmen, wie ich gleich zeigen werde. Ich will daher hier nicht die ganze Systematik unterschiedlicher Satzarten durchgehen, sondern beschränke mich auf die Analyse *eines* (normal-sprachlichen) Satzes.

Nehmen wir als Beispiel den *synthetischen* Satz: ‚Einige Quadrate sind blau'.
Zunächst zum Vergleich einen *analytischen* Satz: ‚Alle Quadrate sind rechteckig'.
Zur Erinnerung, hier ist die Intension (der Begriffsverhalt):

Die Eigenschaft „rechteckig" ist Teil der Eigenschaft „quadratisch".

Kann man bei dem Satz ‚einige Quadrate sind blau' entsprechend die Intension bestimmen als: Die Eigenschaft „blau" ist Teil der Eigenschaft „quadratisch"? Offensichtlich nicht, denn die Intension soll ja die *definitorischen* (bzw. als wesentlich erachteten) Eigenschaften angeben. Für ein Quadrat ist es aber nicht definierend, dass es blau ist, es kann genau so gut rot, grün oder von jeder anderen Farbe sein. Was ist aber dann die Intension dieses Satzes?

Man könnte die Frage stellen, ob ein solcher synthetischer Satz *überhaupt eine Intension* hat, generell ob synthetische Sätze eine Intension besitzen oder nur extensional zu deuten sind. Aber die mögliche Lösung, synthetische Sätze haben keine Intension, wäre doch sehr unbefriedigend.

Zunächst bietet sich nur eine *„negative" Intension* an, nämlich:

Intension(‚einige Quadrate sind blau') = die Eigenschaft „blau" ist *nicht* Teil der Eigenschaft „quadratisch".

Halb-formal wäre zu schreiben: $E(\text{blau}) \not\subset E(\text{quadratisch})$.

Das könnte man übersetzen: *Einige* Teilbegriffe von „blau" sind nicht Teilbegriffe von „quadratisch". Aus $M \not\subset N$ folgt nicht automatisch $N \not\subset M$, aber bei unserem Beispiel trifft beides zu. Man könnte also die Intension noch erweitern, als:

$$E(\text{blau}) \not\subset E(\text{quadratisch}) \wedge E(\text{quadratisch}) \not\subset E(\text{blau})$$

Nun ergibt sich hier ein Problem: M $\not\subset$ N heißt genau: *mindestens ein* Element von M ist *nicht* Begriff von N, es ist somit möglich, dass auch *alle* Elemente von M *nicht* Elemente von N sind.

Dieser Fall ist hier aber nicht gegeben: „quadratisch" und „blau" haben z. B. die Eigenschaft „materiell" gemeinsam, beide sind Eigenschaften von materiellen – und nicht von geistigen – Objekten, man kann also nicht postulieren: *alle* Teilbegriffe von „blau" sind *nicht* Teilbegriffe von „quadratisch" (und umgekehrt), man kann *keinen Ausschluss* zwischen ihnen feststellen. Ich werde in 4.4 noch zeigen, dass es intensional im Grunde gar keinen Ausschluss gibt.

Korrekt ist vielmehr: *genau einige* Teile von „blau" sind Teilbegriffe von „quadratisch" und umgekehrt. Nun trifft dies den Sachverhalt, den man *Überschneidung* nennt. Mit dem Konzept der Überschneidung wäre die Intension des Beispielsatzes folgendermaßen zu fassen:

Intension(‚einige Quadrate sind blau') = die Eigenschaft „blau" und die Eigenschaft „quadratisch" überschneiden sich.

So käme man also doch zu einer *positiven* Intension.

Für Überschneidung (als Relation, nicht als Vereinigungs-Menge!) gibt es in der Mengenlehre kein eingeführtes Symbol; ich verwende hierfür, wie schon erläutert, als Symbol $\sqcap$. Man könnte dann halb-formal angeben:

Intension(‚einige Quadrate sind blau') = E(blau) $\sqcap$ E(quadratisch)

Wir können die intensionalen Beziehungen auch mit *Modalbegriffen* kennzeichnen. Zunächst zurück zum *analytischen* Satz ‚alle Quadrate sind rechteckig'. Hier wäre als Intension modal anzugeben: die Eigenschaft „rechteckig" ist *notwendig* in Bezug auf die Eigenschaft „quadratisch".

Beim synthetischen Satz ‚einige Quadrate sind blau' wäre als Intension zunächst anzusetzen:

Die Eigenschaft „blau" ist *nicht notwendig* in Bezug auf die Eigenschaft „quadratisch".

Ebenso gilt aber: Die Eigenschaft „blau" ist *nicht unmöglich* (= möglich) in Bezug auf die Eigenschaft „quadratisch".

Wenn etwas *möglich und nicht notwendig* ist, gilt das in der Philosophie aber als *zufällig* oder *kontingent*. So kann man bestimmen:

Die Intension von „einige Quadrate sind blau' ist:

Die Eigenschaft „blau" ist *kontingent* in Bezug auf die Eigenschaft „quadratisch".

Bei manchen Eigenschaften ist natürlich nicht unmittelbar klar, ob sie notwendig oder kontingent in Relation zu anderen Eigenschaften sind. Ist z. B. der Begriff der Sterblichkeit im Begriff des Menschen enthalten? Man könnte ein Ja und ein Nein vertreten.

Wir haben oben von der *Überschneidung* von Eigenschaften (bzw. Eigenschaftsmengen) gesprochen; diese kann aber bei analytischen wie bei synthetischen Sätzen vorkommen. Zur Abgrenzung könnte man dann z. B. für unseren synthetischen Beispielsatz festlegen: die Eigenschaft „rot" und die Eigenschaft „quadratisch" schneiden sich *zufällig*.

Was hier an einem einzelnen Beispiel-Satz gezeigt wurde, gilt generell für *synthetische* Sätze, für Atom- wie für Molekular-Sätze, natürlich auch für formale: Sie haben *keine spezifische* Intension. Z. B. besitzt auch der aussagen-logische Molekül-Satz ‚A $\rightarrow$ B' (bzw. ‚X $\rightarrow$ Y') keine spezifische Intension; sie wäre am ehesten zu bestimmen als: Der Satz ‚A' und der Satz ‚B' stehen in kontingenter Relation.

Dieses Resultat mag zunächst befremdlich wirken, aber es folgt eben daraus, dass die *spezifische* Intension auf analytische Sätze beschränkt wurde. Nur dann ist es eben möglich, eine umfassende Theorie der Intension vorzulegen, die Wörter (Zeichen) wie Sätze gleichermaßen analysiert.

Es gäbe für *synthetische* Sätze allerdings auch eine – einfachere – Alternative, die *Intension* zu bestimmen, und zwar im Sinne eines *gemischt extensional-intensionalen* Ansatzes.

Danach bedeutet Intension eines Satzes, dass einem *Objekt* (extensional) eine *Eigenschaft* (intensional) zugeordnet wird.

Im Beispiel ist dann die Intension von ‚einige Quadrate sind blau':

Die Eigenschaft „blau" kommt einigen Elementen der Klasse der Quadrate zu.

Dies funktioniert auch bei *analytischen* Sätzen:

Danach ergibt sich z. B. als Intension von ‚Alle Junggesellen sind unverheiratet':

Die Eigenschaft „unverheiratet" kommt allen Junggesellen (bzw. allen Elementen der Klasse der Junggesellen) zu. Und nicht, wie es *streng* intensional heißt:

Die Eigenschaft „unverheiratet" ist Teilmenge der Eigenschaft „Junggeselle".

Aber diese *extensional-intensionale* Kombination ist eben keine *rein intensionale* Lösung.

Abschließend hierzu: Die Intension eines Satzes betrifft nur *analytische* Begriffs-Beziehungen, die auf *Definitionen* oder *logischen Gesetzen* beruhen. *Synthetische* Eigenschaften von Objekten bzw. reale, synthetische, erst recht *quantitative* Beziehungen zwischen Objekten, werden von der Intension nicht erfasst, sondern nur von der Extension. So gibt es intensional z. B. keinen Unterschied zwischen einem Satz wie ‚75% der Quadrate sind blau' und dem Satz ‚25% der Quadrate sind blau'.

Wir haben gezeigt, dass dennoch auch *synthetische* Sätze eine *Intension* besitzen, wenn sie auch *unspezifisch* ist. Ebenso haben wir die Auffassung vertreten, dass auch *analytische* Sätze eine *Extension* besitzen. Man könnte beide Auffassungen kritisieren und behaupten: synthetische Sätze besitzen nur eine Extension, analytische Sätze besitzen nur eine Intension. Ich halte diese These aber nicht für sinnvoll, ohne sie hier im Einzelnen zu diskutieren.

3.4 THEORIE: INTENSION EINES SATZES = SEIN WAHRHEITSWERT IN ALLEN MÖGLICHEN WELTEN

3.4.1 Intension als Wahrheitstafel

Um die Schwierigkeiten einer *begriffs-orientierten* Intensions-Definition zu umgehen, haben Teile der neueren Logik folgende Bestimmung vorgeschlagen:

Die Intension eines Satzes ist sein Wahrheitswert in *allen möglichen* Welten,
d. h. aber der Verlauf der Wahrheitswerte in der *Wahrheitstafel*.
Oder pointiert: Die Intension eines Satzes ist seine *Wahrheitstafel*.

Ich werde diese Theorie am Beispiel des aussagen-logischen Satzes ‚$X \rightarrow Y$' diskutieren. Dies könnte inhaltlich z. B. folgender Satz sein: ‚Wenn Sokrates ein Mensch ist, dann ist Sokrates sterblich'.

Allerdings müsste ich ganz korrekterweise ‚$X \rightarrow_{pd} Y$' schreiben, denn die nachfolgenden Erläuterungen gelten in vollem Umfang nur bei einem *analytischen*, z. B. (definitorisch) material-analytischen Satz wie eben ‚$X \rightarrow_{pd} Y$' bzw. äquivalenten Sätzen wie ‚$\neg X \vee_{pd} Y$'.

Da es aber die Darstellung viel unübersichtlicher machen würde, wenn ich ständig den *Index* ‚$_{pd}$' anhängen würde, verzichte ich darauf (bitte ihn aber quasi in Gedanken zu setzen).

Umschreibt man die Wahrheitstafel, so ergibt sich für ‚$X \rightarrow Y$' :

Die Intension von ‚$X \rightarrow Y$' ist:

wahr in der Welt $X \wedge Y$,
falsch in der Welt $X \wedge \neg Y$
wahr in der Welt $\neg X \wedge Y$,
wahr in der Welt $\neg X \wedge \neg Y$

Gibt man nur den *Verlauf der Wahrheitswerte* (in der Wahrheitstafel) an,
so ergibt sich als Intension von ‚$X \rightarrow Y$': wahr – falsch – wahr – wahr.

Manchmal wird auch differenziert: Die Intension eines Satzes ist eine *Funktion*, die ihm in jeder möglichen Welt einen Wahrheitswert zuweist. Aber dies ändert nichts Grundsätzliches an der Theorie.

Zunächst ist zu sagen, dass diese Theorie letztlich nur für *Molekular-Sätze* gilt, die mit *aussagen-logischen* Junktoren wie $\rightarrow$, $\wedge$ oder $\vee$ verbunden sind. Das bedeutet natürlich eine erhebliche Einschränkung, wie unten noch diskutiert wird.

3.4.2 Extension und Intension

Es besteht selbstverständlich ein *Zusammenhang* zwischen folgenden Theorien:

1) die Extension eines Satzes ist sein *Wahrheitswert* (vgl. 2.4).
2) die Intension eines Satzes ist sein *Wahrheitswert in allen Welten*.

Nun muss man allerdings sehen, dass es zwischen diesen beiden Theorien einen gravierenden Unterschied gibt:

Die Extensions-Theorie ist *empirisch*, man kann empirisch überprüfen, ob ein Satz wahr oder falsch ist (Ausnahme: analytische Sätze). Und es gilt die Einschränkung: Für einen *formalen* Satz ist gar nicht zu sagen, ob er wahr oder falsch ist, man muss ihn vorher inhaltlich interpretieren.

Die Intensions-Theorie ist *theoretisch* bzw. *analytisch*, die Wahrheitswerte-Verteilung in allen Welten ist unabhängig davon, ob der Satz real wahr oder falsch ist (wiederum Ausnahme: analytische Sätze, ein tautologischer Satz ist auch real bzw. empirisch wahr).

Allerdings könnte man auch bei der Intension indirekt eine empirische Prüfung vornehmen: Ein Satz ‚$X \rightarrow Y$' ist zwar wahr in 3 möglichen Welten, aber es kann in einem konkreten Fall sein, dass real nur 2 dieser Welten belegt sind, dass also z. B. auch die engere Struktur $X \leftrightarrow Y$ erfüllt ist; dies reicht zur Wahrheit von ‚$X \rightarrow Y$', weil eben $(X \leftrightarrow Y) \Rightarrow (X \rightarrow Y)$.

3.4.3 Umdeutung der Wahrheitswerte

Nun ist es recht kompliziert, immer anzugeben: Ein Satz ‚$X \rightarrow Y$' ist in dieser Welt wahr und in jener Welt falsch. Einfacher kann man *direkt* auf die *Welten* bzw. auf *Sachverhalte* Bezug nehmen und sie – wenn der Satz falsch ist – negieren.

So ergibt sich für den Satz ‚$X \rightarrow Y$':

Extension: $X \rightarrow Y$ oder, falls der Satz falsch ist: $\neg(X \rightarrow Y)$
Intension von ‚$X \rightarrow Y$': $(X \wedge Y) \vee (\neg X \wedge Y) \vee (\neg X \wedge \neg Y)$,
also eine Disjunktion der „wahren" Welten, der Welten, in denen ‚$X \rightarrow Y$' wahr ist.

Von dieser Interpretation gehe ich im Folgenden aus, allerdings bedeutet sie bereits eine Abschwächung der ursprünglichen Theorie.

3.4.4 Äquivalenz von Sätzen

Eine besondere Frage für Extension / Intension ist, wann 2 Sätze die *gleiche* Extension / Intension besitzen. Betrachten wir die beiden *äquivalenten* Sätze: $X \rightarrow Y \Leftrightarrow \neg X \vee Y$

Nach der hier diskutierten Theorie gilt:

Extension(‚$X \rightarrow Y$') = Extension(‚$\neg X \vee Y$')
Denn wenn der eine Satz wahr ist, ist es der andere auch und umgekehrt.
Intension(‚$X \rightarrow Y$') = Intension(‚$\neg X \vee Y$'),
Denn die Sätze sind in den gleichen Welten wahr bzw. falsch.

Generell ergibt sich: Intension gleich $\Rightarrow$ Extension gleich, das Umgekehrte gilt nicht.

3.4.5 Kritik der intensionalen Gleichheit von *äquivalenten* Sätzen

Ich möchte die Behauptung der intensionalen Gleichheit von ‚$X \rightarrow Y$' und ‚$\neg X \vee Y$' kritisieren:

Intension(‚$X \rightarrow Y$') und Intension(‚$\neg X \vee Y$') ist nicht gleich,
denn ‚$X \rightarrow Y$' und ‚$\neg X \vee Y$' haben verschiedene Bedeutung.

Dass die Sätze‚$X \rightarrow Y$' und ‚$\neg(X \wedge \neg Y)$' eine unterschiedliche Intension, eine unterschiedliche Bedeutung haben, würde auch folgendes Experiment zeigen: die wenigsten Menschen (wenn nicht gerade Logiker) würden sicher ‚$X \rightarrow Y$' und ‚$\neg X \vee Y$' als bedeutungsgleich ansehen.

Man kann da einen Vergleich ziehen zu *Zeichen* / *Wörtern*. Ich möchte von *äquivalenten* Wörtern sprechen; diese kann man austauschen, ohne dass sich der Wahrheitswert eines Satzes verändert.

Nehmen wir wieder das bekannte Beispiel von Frege: ‚Abendstern' und ‚Morgenstern'. Frege erklärte: Die Intension (der Sinn) dieser beiden Wörter ist unterschiedlich, aber die Extension (die Referenz) ist gleich, beide Wörter bezeichnen die Venus. Ob das auch für im strengen Sinn *synonyme*, so genannte „bedeutungsgleiche" Wörter wie ‚Briefträger' und ‚Postbote' gilt, möchte ich hier nicht untersuchen.

Man könnte daher *umgekehrt* festlegen, dass gerade die *Extension* die Wahrheitswerte in allen möglichen Welten angibt:

‚$X \rightarrow Y$'
Intension: $X \rightarrow Y$
Extension: $(X \wedge Y) \vee (\neg X \wedge Y) \vee (\neg X \wedge \neg Y)$

‘$\neg X \vee Y$'
Intension: $\neg X \vee Y$
Extension: $(X \wedge Y) \vee (\neg X \wedge Y) \vee (\neg X \wedge \neg Y)$,

Dann wäre die Intension von ‚$X \rightarrow Y$' und ‚$\neg X \vee Y$' *unterschiedlich*, die Extension aber *gleich*, so wie nach Frege bei ‚Morgenstern' und ‚Abendstern'.

3.4.6 Kritik der extensionalen Gleichheit von *äquivalenten* Sätzen

Nach meiner Theorie gilt aber: Auch die *Extension* von *äquivalenten* Wörtern ist ungleich, jedenfalls wenn man von der primären, nämlich *subjektiven* Extension ausgeht. So haben nach meiner Analyse die Wörter ‚Morgenstern' und ‚Abendstern' nicht nur eine unterschiedliche Intension, sondern auch eine unterschiedliche Extension.

Und das Entsprechende gilt für Sätze:

Intension(‚$X \rightarrow Y$') $\neq$ Intension(‚$\neg X \vee Y$'), Extension(‚$X \rightarrow Y$') $\neq$ Extension(‚$\neg X \vee Y$')

3.4.7 Intension als Information?

Eine andere Möglichkeit, Intension (und Extension) über Wahrheitswerte zu definieren, wäre noch die folgende: Man bestimmt die *Extension* über die *positiven* Welten und man bestimmt die *Intension* über die *negativen* Welten, entsprechend der Definition der Information (wie sie in Kap. 3 erläutert wird): Danach entspräche die Intension eines Satzes seiner Information.

Dann ergibt sich:

‘$X \rightarrow Y$'
Intension: $X \wedge \neg Y$
Extension $(X \wedge Y) \vee (\neg X \wedge Y) \vee (\neg X \wedge \neg Y)$

‘$\neg X \vee Y$'
Intension: $X \wedge \neg Y$
Extension: $(X \wedge Y) \vee (\neg X \wedge Y) \vee (\neg X \wedge \neg Y)$

Hier sind also die Intension und Extension der beiden äquivalenten Sätze *gleich*.
Intension(‚$X \rightarrow Y$') = Intension(‚$\neg X \vee Y$'), Extension(‚$X \rightarrow Y$') = Extension(‚$\neg X \vee Y$').

Das widerspricht aber völlig meiner These, dass Intension und Extension von logisch *äquivalenten* Sätzen (normalerweise) un*gleich* sind.

Generell: In einem Modell der Wahrheitswerte ist die intensionale und extensionale *Ungleichheit* von ‚$X \rightarrow Y$' und ‚$\neg X \vee Y$' gar nicht darzustellen.

Dabei weise ich noch einmal darauf hin, die obigen Aussagen gelten nur für *analytische* Sätze wie ‚$X \rightarrow_{pd} Y$' oder ‚$X \Rightarrow X$'. *Synthetische* Sätze wie ‚$X \rightarrow Y$' haben nach meiner Theorie gar *keine spezifische Intension*. Es macht daher keinen Sinn, bei zwei *äquivalenten* synthetischen Sätzen wie ‚$X \rightarrow Y$' und ‚$\neg X \vee Y$' zu sagen, ihre Intension sei gleich oder ungleich.

Dennoch kann man diese Sätze in ihrer Bedeutung unterscheiden. Denn ‚$X \rightarrow Y$' hat eine andere extensionale Bedeutung, eine andere *Extension* als ‚$\neg X \vee Y$'. Der Satz ‚$X \rightarrow Y$' bezeichnet *subjektiv* einen anderen Sachverhalt als ‚$\neg X \vee Y$', erfasst ihn mit unterschiedlichen Merkmalen, auch wenn die Sachverhalte objektiv übereinstimmen.

3.4.8 Eingeschränkte Theorie

Ich habe schon kurz angemerkt: Die Theorie, dass die Intension eines Satzes sein Wahrheitswert in allen möglichen Welten ist, passt nur auf bestimmte *Molekül-Sätze*, und zwar solche, die mit *aussagen-logischen, wahrheitswertfunktionalen* Junktoren wie $\rightarrow$, $\wedge$ oder $\vee$ formalisiert sind. Denn nur bei solchen Sätzen, wie z. B. ‚$X \rightarrow Y$', sind (in der Wahrheitstafel) die möglichen Welten und der jeweilige Wahrheitswert des Satzes genau erfasst. Dies ist nicht gegeben bei anderen Molekular-Sätzen wie z. B. Kausal-Sätzen, vor allem aber nicht bei *Atom-Sätzen*. Für einen Atom-Satz wie z. B. ‚Sokrates ist ein Philosoph' (formal: ‚$x \in F$') sind – jedenfalls nach der gängigen Auffassung – allenfalls zwei Welten definiert, nämlich:
$x \in F$ und $\neg(x \in F)$ bzw. $x \notin F$. Es gibt also nur *eine* positive Welt, somit wären Extension und Intension von ‚$x \in F$' gleich, beide: $x \in F$, ein sicher unhaltbares Ergebnis.

Allenfalls wenn man im Sinne einer einheitlichen *funktionalen* Logik einen Atomsatz als ‚$x \rightarrow F$' schreiben würde, wäre die Theorie auch auf Atom-Sätze anzuwenden.

Fazit:
Bei der verwandten Theorie, die *Extension eines Satzes* sei sein *Wahrheitswert*, ergab sich das folgende Problem: *alle* wahren Sätze haben dieselbe Extension (und natürlich auch alle falschen), unabhängig von ihrem speziellen Inhalt.

Nach der Theorie, die Intension eines Satzes sei sein Wahrheitswert in allen Welten, ergibt sich ein entsprechendes Problem: alle logisch *äquivalenten* Sätze haben dieselbe Intension (und Extension).

Hier müssen wir zwei Versionen unterscheiden:

- Eine mildere Version: Danach sollen nur *inhaltlich bestimmte äquivalente* Sätze intensional (und extensional) gleich sein. Demnach wären z. B. ‚Wenn es regnet, ist die Straße nass' und ‚Es regnet nicht, oder die Straße ist nass' intensional gleich.
- Eine strikte Version: Der gemäß haben zwei (formale) äquivalente Sätze wie ‚$X \rightarrow Y$' und ‚$\neg X \vee Y$' (mit der gleichen Wahrheitstafel) dieselbe intensionale Bedeutung, *unabhängig vom Inhalt* von X und Y. Im Beispiel hieße das: Ein Satz wie ‚wenn es regnet, ist die Strasse nass" hätte dann dieselbe Intension wie ‚wenn es schneit, ist die Strasse weiß'. Es sollen aber auch alle *formal-analytischen* Sätze wie ‚$X \Rightarrow X$' und ‚$\neg(X \wedge \neg X)$' oder ‚$X \vee \neg X$' dieselbe Intension besitzen.

M. E. sind beide Theorien falsch: äquivalente *synthetische* Sätze haben gar *keine spezifische Intension*, unterscheiden sich aber *extensional*. Und bei äquivalenten *analytischen* Sätzen ist die Intension unterschiedlich.

Sonst hätten alle logischen Gesetze, also alle Tautologien dieselbe Bedeutung – nämlich „wahr" in jeder möglichen Welt. Man fragt sich, warum man dann überhaupt unterschiedliche Gesetze aufstellt, *ein* Gesetz würde doch genügen.

Es bleibt festzuhalten: Für die Theorie, die Intension eines Satzes ist sein Wahrheitswert in allen möglichen Welten, gilt dasselbe wie für die Theorie, die Extension eines Satzes ist sein Wahrheitswert (in der realen Welt): diese Theorien sind elegant, gerade auch in ihrer Verknüpfung – aber sie sind unhaltbar.

Es erfolgt dabei eine *unzulässige Vermischung von Bedeutung und Wahrheitswert*. Man kann allenfalls sagen: Die Wahrheitsstruktur eines Satzes ist ein Teil der Bedeutung, aber sie macht nicht die gesamte Bedeutung aus. Gerade bei normal-sprachlichen Sätzen können wir nicht vom Inhalt abstrahieren. Bei formal-sprachlichen Sätzen könnte man behaupten: Gleiche Wahrheitsstruktur ist *notwendige* Bedingung für Bedeutungsgleichheit, aber eben nicht *hinreichende* Bedingung.

Ich bleibe also bei meinem Modell:
Extension eines Satzes ist ein *Sachverhalt*, *Intension* ist ein *Begriffsverhalt*,
parallel zu Extension und Intension von Zeichen bzw. Wörtern.

4. Intension vs. Extension von Sätzen

Bisher habe ich überwiegend nur *Kopula-Sätze* bzw. *Kopula-Relationen* der (*positiven*) Form „X ist ein Y" berücksichtigt. Ich will nachfolgend aber etwas weiter ausholen (z. B. auch die *negative* Form „X ist kein Y" oder „X ist ein Y und Y ist ein X" berücksichtigen). Dabei stelle ich die *intensionale* Betrachtung in den Vordergrund und mache von dort aus einen Vergleich mit *extensionalen* Sätzen.

Überwiegend gehe ich von normal-sprachlichen *material-analytischen* Sätzen aus, weil nur die für die Intension wirklich relevant ist. So muss korrekterweise auch immer der *Index* ‚pd' für (per Definition) oder ‚= df' (für: ist definiert als) gesetzt werden, auch wenn es die Formeln etwas unübersichtlicher macht.

Zur Veranschaulichung verwende ich *Euler-Kreise*. Die Euler-Kreise entsprechen der Mengenlehre. Logisch betrachtet entsprechen sie der *Positiv-Implikation*, nicht der *normalen Implikation*. Denn es werden nur die jeweils relevanten (positiven) Welten mit einbezogen, nicht immer alle möglichen 4 Welten; die Kreise beziehen sich immer auf die intensionale Fassung.

4.1. GLEICHHEIT

- Intensional

Das ‚E' – z. B. in ‚E(quadratisch)' – steht wie gesagt für *Eigenschaft* oder *Begriff* bzw. Eigenschaftsmenge, Begriffsmenge bzw. Eigenschaftsklasse, Begriffsklasse.

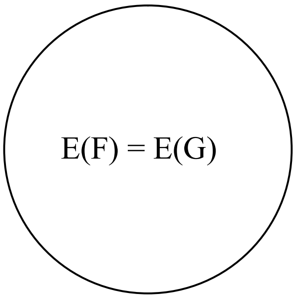
Z. B. ist die Eigenschaftsmenge „quadratisch" (vereinfacht) als Vereinigungsmenge der Eigenschaftsmengen „rechteckig" und „gleichseitig" definiert.

$$E(\text{quadratisch}) =_{df} E(\text{rechteckig}) \cup E(\text{gleichseitig})$$

Allgemein gilt in der Mengenlehre: $(M = N) \Leftrightarrow M \subseteq N \wedge N \subseteq M$. D. h. für Begriffsmengen:

$$E(F) =_{pd} E(G), \text{ bedeutet: } E(F) \subseteq_{pd} E(G) \wedge E(G) \subseteq_{pd} E(F)$$

z. B. Intension des Satzes: ‚Ein Postbote ist dasselbe wie ein Briefträger':
E(Briefträger) $=_{pd}$ E(Postbote); der Begriff „Briefträger" ist gleich dem Begriff „Postbote".
Oder: die Eigenschaftsmenge „Briefträger" ist gleich der Eigenschaftsmenge „Postbote".
(Man könnte auch die intensionale Gleichheit von „Briefträger" und „Postbote" bezweifeln.)



• Extensional (‚K' steht für Klasse)

$K(F) =_{pd} K(G)$, bedeutet: $K(F) \subseteq_{pd} K(G) \wedge K(G) \subseteq_{pd} K(F)$

z. B.: K(Briefträger) $=_{pd}$ K(Postbote);
die Klasse der Briefträger ist gleich der Klasse der Postboten.

4.2 TEILMENGE

• Intensional

$E(G) \subset_{pd} E(F)$

z. B. Intension des Satzes: 'Eine Rose ist eine Blume':
E(Blume) $\subset_{pd}$ E(Rose);
der Begriff „Blume" ist Teilmenge (Teilbegriff) des Begriffs „Rose".
Man kann das auch so formulieren: Alle Teilbegriffe von „Blume" sind Teilbegriffe von „Rose".

Nun gilt allgemein: $M \subset N \Rightarrow N \not\subset M$
Also aus einer *positiven* Teilmengen-Relation folgt logisch eine *negierte* Teilmengen-Relation.

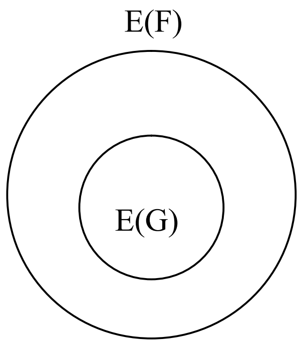
Dabei bedeutet $N \not\subset M$: (mindestens) *einige* Elemente von N sind *nicht* Elemente von M. $M \subset N$ schließt eben aus, dass auch $N \subset M$, also dass *alle* Elemente von N Elemente von M sind, wogegen $M \subseteq N$ nicht ausschließt, dass auch gilt $N \subseteq M$. Denn $M \subset N$ steht für die *echte* Teilmenge, $M \subseteq N$ für die *unechte* Teilmenge, die $M = N$ nicht ausschließt.

Für Begriffsmengen bedeutet das:
$E(G) \subset_{pd} E(F) \Rightarrow E(F) \not\subset_{pd} E(G)$
E(Blume) $\subset_{pd}$ E(Rose) $\Rightarrow$ E(Rose) $\not\subset_{pd}$ E(Blume)

Dabei ist zu berücksichtigen: Die (positive) Teilmengen-Relation $E(G) \subset_{pd} E(F)$ kommt nur bei *material-analytischen* Relationen vor.

Dagegen gibt es zwei Möglichkeiten bei der *negierten* Teilmengen-Relation $E(F) \not\subset_{pd} E(G)$:
– *material-analytisch*: z. B. E(Rose) $\not\subset_{pd}$ E(Blume)
der Begriff „Rose" ist nicht Teilmenge des Begriffs „Blume".
– *synthetisch*: z. B. E(rot) $\not\subset$ E(Rose)

der Begriff „rot" ist nicht Teilmenge des Begriffs „Rose"
hier gilt aber auch umgekehrt: E(Rose) $\not\subset$ E(rot).
Denn es gibt eine Überschneidung (vgl. 4.3).



- Extensional

K(F) $\subset_{pd}$ K(G), hier ist es also genau umgekehrt wie intensional.

z. B.: K(Rose) $\subset_{pd}$ K(Blume);
die Klasse der Rosen ist eine Teilmenge der Klasse der Blumen.

Extensional kann sowohl die Teilmengen-Relation wie auch die *negierte* Teilmengen-Relation *material-analytisch* oder *synthetisch* sein:

Teilmenge:

analytisch: K(Rose) $\subset_{pd}$ K(Blume)
synthetisch: K(Mensch) $\subset$ K(Erdgeborener)

Begründung für das synthetische Beispiel: Alle Menschen sind (jedenfalls bis heute) auf der Erde geboren; dennoch gehört das nicht zur *Definition* des Menschen, ein Mensch, der z. B. in einer Kolonie auf dem Mond geboren wäre, wäre dennoch ein Mensch.

negierte Teilmenge:

analytisch: K(Blume) $\not\subset_{pd}$ K(Rose)
synthetisch: K(Erdgeborener) $\not\subset$ K(Mensch)

Begründung für das synthetische Beispiel: Die Klasse der Erdgeborenen ist keine Teilmenge der Klasse der Menschen, denn z. B. die Klasse der Tiere gehört auch zu den Ergeborenen.

4.3 ÜBERSCHNEIDUNG

Überschneidung der Mengen M und N bedeutet: (genau) *einige* Elemente von M sind auch Elemente von N, (genau) *einige* Elemente von N sind auch Elemente von M.

Dafür gibt es in der Mengenlehre kein etabliertes Symbol. Ich habe daher das Symbol $\sqcap$ eingeführt. Also M $\sqcap$ N steht für: Die Mengen M und N schneiden sich, d. h. bilden eine *Schnittmenge* – diese Schnittmenge wird als M $\cap$ N bezeichnet, was nicht verwechselt werden darf. Die Überschneidungs-Relation ist symmetrisch: M $\sqcap$ N $\Leftrightarrow$ N $\sqcap$ M (vgl. 1-2-0-5).

Auch bei der Überschneidung ist zu unterscheiden zwischen: *analytisch* und *synthetisch*.

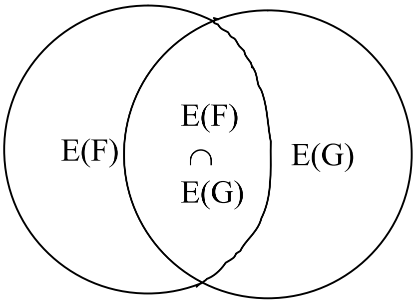
1) *analytisch*

- Intensional

E(F) $\sqcap_{pd}$ E(G)

z. B. Intension des Satzes ‚Mann und Frau sind Gegensätze':

E(Mann) $\sqcap_{pd}$ E(Frau); die Schnittmenge ist: E(Mann) $\cap$ E(Frau) die Eigenschaftsmenge „Mann“ und die Eigenschaftsmenge „Frau“ schneiden sich.



Es mag verwundern, dass die Begriffe „Mann“ und „Frau“ sich überschneiden. Man könnte erwarten, dass diese Begriffe sich gegenseitig *ausschließen*. Zwar kann niemand zugleich Mann und Frau sein, aber dies ist die *extensionale* Seite. *Intensional* betrachtet haben die Eigenschaften „Mann“ und „Frau“ *gemeinsame Teilbegriffe*, vor allem den Begriff „Mensch“. Denn es gilt: E(Mensch) = E(Mann) $\cap$ E(Frau). Den Menschen macht eben das aus, was Mann und Frau *gemeinsam* haben.

Man könnte einwenden, den Menschen bestimmt nicht nur, was Mann und Frau gemeinsam ist, sondern auch die *Unterschiede* von Mann und Frau gehören zur Definition des Menschen. Aber konsequent gedacht gehört nur das *Allgemeine* in die Definition, Unterschiede werden in eine *Theorie* oder *Beschreibung* des Menschen eingebracht. Allerdings wird eine Definition normalerweise intensional nicht über die *Schnitt*-Menge, sondern über die *Vereinigungs*-Menge realisiert, und da stellt sich das obige Problem gar nicht.

Ein anderes, noch prägnanteres Beispiel: E(Junggeselle) und E(Ehemann) schließen sich auch intensional nicht aus, denn beide enthalten den Teilbegriff E(Mann).

Und das scheint generell bei Begriffen bzw. Eigenschaften so zu sein: Es existieren offensichtlich keine Begriffe, die sich *völlig* gegenseitig ausschließen – zumindest könnte man immer den Begriff „Entität“ als *gemeinsamen* Teil-Begriff nennen (vgl. unten).

Nun hatte ich aufgezeigt, dass es allerdings in der Mengenlehre das Symbol $\not\subset$ gibt, in der Bedeutung „einige nicht“. Könnte man daher die Überschneidung auch anders formulieren, nämlich mit: E(F) $\not\subset$ E(G) $\wedge$ E(G) $\not\subset$ E(F)?

Aber M $\not\subset$ N heißt ja: *mindestens* ein Element von M ist nicht Element von N, d. h. es ist auch möglich, dass *alle* Elemente von M *nicht* Elemente von N sind (und umgekehrt). Das wäre aber keine Überschneidung mehr, sondern ergäbe – graphisch – zwei getrennte Kreise, also Ausschluss. Nur wenn man „einige nicht“ – exklusiv – im Sinne von „*genau* einige nicht“ verwenden würde, ergäbe sich die Überschneidung.

• extensional

Hier ist die Situation bei dem Beispiel von Mann und Frau ganz anders als im intensionalen Fall. Die *Klassen* der Männer und Frauen haben *keine gemeinsame Schnittmenge*, sie schließen sich aus. Graphisch heißt das: die Kreise schneiden sich nicht. Vgl. dazu 4.4.

2) synthetisch

Bisher hatten wir als Beispiele nur *material-analytische* Beziehungen, die auf Definitionen beruhen. Kommen wir nun zu *synthetischen* Relationen.

• intensional

$$E(F) \sqcap E(G)$$

z. B. Intension des Satzes: ‚Einige Männer sind Raucher':

E(Mann) ⊓ E(Raucher);
die Eigenschaftsmengen „Mann" und „Raucher" schneiden sich.

Hier ergibt sich keine definitorische Abhängigkeit (wie bei „Mann" und „Frau"), weder Identität, noch Teilmenge noch Ausschluss. Dennoch zeigt sich eine *Überlappung*. Und beim Beispiel kann man als gemeinsames Merkmal wiederum „Mensch" nehmen; dabei besteht zwischen Mann und Raucher gar kein *Gegensatz* (nur ein *Unterschied*); jemand kann sehr wohl Mann und Raucher sein, aber auch nur das eine oder keins von beiden. D. h. intensional findet man sowohl bei analytisch *gegensätzlichen* Begriffen (Mann – Frau) als auch bei synthetisch *unterschiedlichen* Begriffen eine *Überlappung* (Mann – Raucher).

• extensional

K(F) ⊓ K(G)

z. B. E(Mann) ⊓ E(Raucher);
die Klassen der Männer und der Raucher schneiden sich.
Hier zeigt sich also eine *Parallele* zu der intensionalen Situation: In beiden Fällen gibt es eine Überschneidung.

4.4 AUSSCHLUSS

Ein *Ausschluss* von M gegenüber N bedeutet: *alle* Elemente von M sind *nicht* Elemente von N. Es gilt dann auch: *alle* Elemente von N sind *nicht* Elemente von M.

Ausschluss bedeutet die *Negation von Überschneidung*.
Auch hier gibt es kein etabliertes Symbol. Ich verwende daher (mangels eines besseren eingeführten Symbols) das negierte ⊓, also ¬⊓. Dabei gilt das *Vertauschungsgesetz*:

(M ¬⊓ N) ⇔ (N ¬⊓ M)

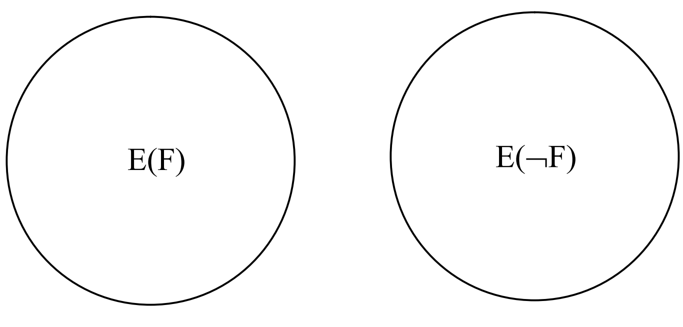
• intensional

Wie schon angesprochen: Normalerweise gibt es zwischen Begriffen *keinen Ausschluss*, auch *gegensätzliche* Begriffe überlappen sich. Ein Begriffs-Ausschluss würde bedeuten: Alle Teilbegriffe von Begriff F sind nicht Teilbegriffe von Begriff G (bzw. umgekehrt) – und dafür lässt sich kein Beispiel finden. Eine Ausnahme wäre vielleicht das Begriffspaar „Sein" und „Nichts".

Zwar könnte man auch rein formal die *Negation* eines Begriffs als dessen *Ausschluss* nehmen.

E(F) ¬⊓ E(¬F)

z. B. E(Mensch) ¬⊓ E(¬Mensch);
die Eigenschaftsmenge „Mensch" und die Eigenschaftsmenge „Nicht-Mensch" überschneiden sich nicht.



Aber es bleibt die Frage, was das konkret bedeuten soll. Was ist die Eigenschaft „nicht-Mensch“? Umfasst sie jede mögliche Eigenschaft außer „Mensch“? Nun enthält der Begriff „Mensch“ sicher auch den Teilbegriff „Entität“, einen *Transzendentalbegriff*; auch dieser dürfte also in der Menge „nicht-Mensch“ nicht vorkommen. So müsste die Eigenschaftsmenge „nicht-Mensch“ letztlich die *leere Menge* sein. Die leere Menge kann aber andererseits keinen Ausschluss bilden, vielmehr ist die leere Menge Teilmenge jeder anderen Menge. So würde sich ein Begriffs“ausschluss“ letztlich doch nur als *Begriffs-Überlappung* darstellen.

• extensional

$$K(F) \neg\sqcap K(G)$$

z. B. $K(Mann) \neg\sqcap K(Frau)$;
die Klasse der Männer und die Klasse der Frauen schneiden sich nicht, sie schließen sich gegenseitig aus.

Das lässt sich auch wie folgt ausdrücken: die *Schnittmenge* der Klasse der Männer und der Klasse der Frauen ist leer: $K(Mann) \cap K(Frau) = \emptyset$.

Aber man kann aus der Klasse der Männer und der Klasse der Frauen eine *Vereinigungsmenge* bilden, das ist die Klasse der Menschen: $K(Mensch) = K(Mann) \cup Frau$.

Man könnte den Gegensatz zwischen der Klasse der Männer und der Klasse der Frauen eventuell auch als *kontradiktorisch* deuten, aber nur, wenn man vorher den *Wertbereich* auf die Klasse der *Menschen* eingeschränkt hat.

Es bietet sich eher an, von einem *konträren* Gegensatz zu sprechen. Nichts ist zugleich Mann und Frau, aber etwas kann weder Frau noch Mann sein.

Zum Ende des Artikels „Extension und Intension von Sätzen“ folgt jetzt eine *Zusammenfassung*, die auch die Extension und Intension von *Zeichen* bzw. *Wörtern* berücksichtigt.

ZUSAMMENFASSUNG VON EXTENSION UND INTENSION

1) ontologische Voraussetzungen

1. Objekte
   - Bestimmung: ein *Objekt* ist logisch ein *formaler Träger* (x) mit *Eigenschaften;* oder ein *Prinzip*, das Eigenschaften zu einem Ganzem, zu einem Objekt organisiert
   - Individuen und Klassen
     – *Individuen* = singuläre Objekte (z. B. Sokrates)
     – *Klassen* = *alle* Individuen mit einer gemeinsamen, klassenbildenden Eigenschaft, d. h. kollektive Objekte (z. B. die Klasse der Menschen)
   - Abstrakte und konkrete Objekte
     – *abstraktes* Objekt: Träger x mit den *wesentlichen*, definierenden Eigenschaften (z. B. Klasse der Rappen als alle x mit den Eigenschaften „Pferd" und „schwarz")
     – *konkretes* Objekt: Träger mit *allen*, wesentlichen und kontingenten, Eigenschaften (z. B. die Klasse der Rappen mit allen individuellen Eigenschaften aller Rappen)

2. Eigenschaften
   - Bestimmung: eine Eigenschaft ist eine Qualität, eine nicht ableitbare *Kategorie*
   - Sprache: Man spricht anstelle von ‚Eigenschaften' auch von ‚Begriffen'
   - Individual-Eigenschaften und Allgemein-Eigenschaften (Klassen-Eigenschaften)
     – *Individual*-Eigenschaften = Eigenschaften eines Individuums
     – *Allgemein*-Eigenschaften: kollektive Eigenschaften von Mitgliedern einer Klasse
   - Generelle und partikuläre Eigenschaften
     – generelle Eigenschaften
     bei einer *Klasse*: kommen *allen* Elementen einer Klasse zu
     (von individuellen Unterschieden wird abstrahiert)
     bei einem *Individuum*: besitzt es zu *allen* Zeiten bzw. unter allen Bedingungen
     (von nur zeitweiligen Eigenschaften o. ä. wird abstrahiert)
     – partikuläre (bzw. singuläre) Eigenschaften
     bei einer *Klasse*: kommen nur *einigen* Elementen (einem Element) einer Klasse zu
     bei einem *Individuum*: kommen ihm nur *zeitweilig* zu
   - Wesentliche und kontingente Eigenschaften
     – wesentliche Eigenschaften (analytisch)
     wesentliche Eigenschaften geben die *Identität*, das „Wesen" eines Objektes an. Sie folgen aus der *Definition* eines Objektes, sind daher *analytisch*. Wesentliche Eigenschaften sind normalerweise *generell*. Aber es ist für eine wesentliche Eigenschaft nicht notwendig und nicht hinreichend, dass sie generell ist.
     – kontingente Eigenschaften (synthetisch)
     kontingente („zufällige") Eigenschaften gehören nicht zur Identität, nicht zum „Wesen" eines Objektes. Sie folgen nicht aus der Definition eines Objektes, sind daher *synthetisch*. Kontingente Eigenschaften sind normalerweise konkret.

3. Relationen
   - Bestimmung: Relationen sind Beziehungen zwischen Entitäten (Relata) bzw. einschließlich dieser Entitäten; Relation + Relata zusammen = Struktur)
   - Sachverhalte und „Begriffsverhalte"
     – Sachverhalte = Relationen zwischen Objekten
     – Begriffsverhalte = Relationen zwischen Begriffen (oder Eigenschaften)
     – Sach-Begriffs-Verhalte = Relationen zwischen Objekten und Eigenschaften

- Atomare und molekulare Relationen
  – atomare Relationen
    atomare *Sachverhalte* = Relationen zwischen Objekten
    atomare *Begriffsverhalte* = Relationen zwischen Begriffen
  – molekulare Relationen
    molekulare *Sachverhalte* = Relationen zwischen (atomaren) Sachverhalten
    molekulare *Begriffsverhalte* = Relationen zwischen (atomaren) Begriffsverhalten

2) Extension / Intension von (deskriptiven) Zeichen oder Wörtern

1. Extension
   - Bestimmung
     Die Extension von Zeichen / Wörtern sind *Objekte.*
   - Abstrakte und konkrete Extension
     – *abstrakte* Extension von Zeichen = *abstrakte* Objekte
     – *konkrete* Extension von Zeichen = *konkrete* Objekte
     Die *abstrakte* Extension ist die *primäre*, eigentliche Extension
   - Individuen-Zeichen / Eigennamen
     – *abstrakte* Extension von Individuen-Zeichen = abstrakte Individuen
     – *konkrete* Extension von Individuen-Zeichen = konkrete Individuen
   - Klassen-Zeichen
     – *abstrakte* Extension von Klassen-Zeichen = abstrakte Klassen
     – *konkrete* Extension von Klassen-Zeichen = konkrete Klassen
   - 2 Stufen
     1. Stufe: die Extension des Zeichens ‚F' = das Objekt F. Oder:
        Extension des Zeichens ‚F' = dasjenige Objekt x mit der Eigenschaft F: $\iota x(Fx)$
     2. Stufe: Extension des Zeichens ‚F' = dasjenige Objekt x mit den (wesentlichen) Eigenschaften F_1 bis F_i: $\iota x(F_1 x \wedge ... \wedge F_i x)$
   - Subjektive und objektive Extension
     – *objektive* Extension = das Objekt mit seinen *tatsächlichen* (wesentlichen) Eigenschaften.
     – *subjektive* Extension = das Objekt mit den Eigenschaften, die wir ihm (als wesentlich) *zuschreiben*.
     Die *subjektive* Extension ist die *primäre*, echte Extension.

2. Intension
   - Bestimmung
     Die Intension von Zeichen / Wörtern sind Begriffe bzw. Eigenschaften.
   - Abstrakte und konkrete Intension
     – *abstrakte* Intension = die *wesentlichen* Eigenschaften (eines Objektes)
     – *konkrete* Intension = *alle* Eigenschaften (eines Objektes)
     Die *abstrakte* Intension ist die *primäre*, die eigentliche Intension.
   - Individuen-Zeichen / Eigennamen
     – *abstrakte* Intension von Individuen-Zeichen = die *wesentlichen* Individuen-Eigenschaften
     – *konkrete* Intension von Individuen-Zeichen = *alle* (wesentlichen und kontingenten) Individuen-Eigenschaften
   - Klassen-Zeichen
     – *abstrakte* Intension von Klassen-Zeichen = die *wesentlichen* Klassen- bzw.

Allgemein Eigenschaften, d. h. die klassenbildende(n) Eigenschaft(en)
– *konkrete* Intension von Klassen-Zeichen = *alle* (wesentlichen und kontingenten) Eigenschaften, die den Klassenmitgliedern zukommen

- 2 Stufen
  – 1. Stufe: die Intension des Zeichens ‚F' = der Begriff „F"
  Die *eine*, ganzheitlich-wesentliche Eigenschaft „F", welche die Klasse F definiert.
  – 2. Stufe: die Intension des Zeichens ‚F' = die Eigenschaften $F_1 \cup ... \cup F_i$
  Die Menge von wesentlichen Eigenschaften F_1 bis F_i,welche F bzw. „F" definiert.
- Subjektive und objektive Intension
  – *objektive* Intension = die *tatsächlichen* (wesentlichen) Eigenschaften des Objektes
  – *subjektive* Intension = die Eigenschaften, die wir einem Objekt (als wesentlich) *zuschreiben*. Die *subjektive* Intension ist die *primäre*, echte Intension.

3) Extension / Intension von Sätzen

1. Extension
- Bestimmung
Die Extension eines Satzes ist ein Sachverhalt (eine Objekt-Relation).
- Atomare und molekulare Sätze
  – die Extension eines *atomaren* Satzes = (normal) ein atomarer Sachverhalt
  – die Extension eines molekularen Satzes = (normal) ein molekularer Sachverhalt
- Analytische und synthetische Sätze
  – analytisch
  Die Extension eines *analytischen* Satzes = ein *rein abstrakter* Sachverhalt, bei dem (abstrakten) Objekten eine (wesentliche) Klassenzugehörigkeit zugesprochen wird, die schon in ihrer Definition enthalten ist oder aus logischen Gesetzen folgt.
  (z. B. alle Junggesellen sind Elemente der Klasse der Männer.)
  – synthetisch
  Die Extension eines *synthetischen* Satzes = ein *teils abstrakter, teils konkreter* Sachverhalt, in dem (abstrakten) Objekten eine kontingente Klassenzugehörigkeit zugesprochen wird, die nicht schon in ihrer Definition enthalten ist. Es kann auch ein *rein konkreter* Sachverhalt sein, der ist für uns aber real nicht fassbar.
  (z. B. alle Junggesellen sind Elemente der Klasse der Raucher.)

2. Intension
- Bestimmung
  Die Intension eines Satzes ist ein „Begriffsverhalt" (eine Begriffs-Relation).
- Atomare und molekulare Sätze
  – die Intension eines *atomaren* Satzes = (normal) ein atomarer Begriffsverhalt
  – die Intension eines *molekularen* Satzes = (normal) ein molekularer Begriffsverhalt
- Analytische und synthetische Sätze
  – analytisch
  Die Intension eines *analytischen* Satzes = ein rein abstrakter Begriffsverhalt, bei dem einem (abstrakten) Begriff ein anderer (abstrakter) Begriff zugesprochen wird, der schon in der Definition des ersten Begriffes enthalten ist oder aus logischen Gesetzen folgt. (z. B.: Der Begriff „Mann" ist Teilmenge des Begriffs „Junggeselle".)
  – synthetisch
  Die Intension eines *synthetischen* Satzes = ein negativer oder *unspezifischer* Begriffsverhalt.
  (z. B.: Der Begriff „Raucher" ist nicht Teilmenge des Begriffs „Junggeselle".)